## B.Sc. ZOOLOGY

## ELECTIVE II

# BIOSTATISTICS AND COMPUTER APPLICATIONS

**UNIT I**

Introduction - Types of Data – primary and secondary – Collection and tabulation of data – diagrammatic and graphical representation – Bar diagram, Pi diagram, Column graph, Histogram.

**UNIT II**

Mean, Mode and Median, Standard deviation, Standard error and Coefficient of variance.

**UNIT III**

Simple Correlation, Simple Regression, Chi square test, student's – t- test, ANNOVA.

**UNIT IV**

Classification of Computers organization, Input devices, Central Processing Unit, output devices,

Secondary storage devices, software.

**UNIT V**

Internet – Types, Applications and uses, WWW, E-Mail, Computer application in biology.

**REFERENCES:**

1. Introduction of Biostatistics and Computer Science – Y.I Parkar & M.G Dhanyagude NiraliPrakashan publishers, Pune.
2. Biostatistics by K.S. Negi ATIBS publications & distributiors, New Delhi.
3. Bishop O.N. Statistics for Biology. Boston, Hollghtan, Mifflin.
4. Introduction to Biostatistics by Pranab kumar, S.Chand company Ltd. New Delhi.

**Dr. D. NAGARAJAN M.Sc., M.Ed., M.Phil., Ph.D.**
**DEPARTMENT OF ZOOLOGY**
**Bharat Ratna Puratchi Thalaivar Dr.M.G.R**
**Government Arts and Science College-Palacode**

# 1. உயிர் புள்ளியியல் - ஓர் அறிமுகம்

## 1.1.உயிர் புள்ளியல்

உயிரியற் புள்ளியியல் என்பது உயிரியலுடன் தொடர்புடைய விவரங்களை சேகரித்து பாகுபடுத்தி பகுத்தாரய்ந்து, சுட்டிகாட்டுதல், அதோடு தொடர்புடையவையுடன் ஒப்பிட்டு பாாத்தல், விளக்கம்தருதல் போன்றவற்றைப் பற்றி பயிலும் ஒருவகை அறிவியல் **உயிர் புள்ளியல்** எனப்படும்.

உயிரியற் புள்ளியியலை ஆயளவியல்கள்(Biometries) என்றும் கூறலாம். இவை உயிரியல் அளவீட்டை(Measurements) குறிக்கின்றன.(உ.ம்) சில குளங்களில் உள்ள டிலேப்பிய மீன்களின் எண்ணிக்கை.

மரபுவழிக் கோட்பாடு முழுவதும் புள்ளியியலை சார்ந்தே அமைகின்றதென்று கார்ல் பியர்சன் (Karl Pearson) குறிப்பிடுகின்றார். விலங்கினங்களை , செடிகொடிகள் ஆகியவற்றில் காலப்போக்கில் எற்படும் மாற்றங்களை அளக்க ஆராய்ப் புள்ளியியல் உதவுகிறது.1911ம் ஆண்டு சர் பிரான்சிஸ் கால்டன் என்பவரால் உயிர் புள்ளியல் தோற்றுவிக்கப்பட்டது. மென்டல் வெளியிட்டுள்ள இனப்பெருக்க சோதனை உயிர்புள்ளியல் வளாச்சிக்கு படிநிலையாக அமைந்தது.

## 1.2.உயிர் புள்ளியியலின் பொதுவான கருத்துகள்

### 1.2.1.இனத்தொகை(Population)

இனத்தொகை என்பது , தனிமதிப்புகளின் (individual value) or குழுமங்களின் (Groups) or பயில்வுதனிமங்களின் (Study Elements) or காண்பதிவுகளின் (observations) அல்லது ஆய்வு முடிவுகளின் (experimental Results) மொத்த அளவை **இனத்தொகை** (Population) எனப்படும். இதை ஒரு குழுமம் என்றும் கூறலாம்..

சில நீர்மாதிரிகளில் உள்ள ஆக்ஸிஜன் அளவை கணக்கிடுவதை உயிர்புள்ளியியல் இனத்தொகை எனலாம்.

ஓவ்வொரு நீர்மாதிரியின் மதிப்பு அதன் மாறியல் (variable) எனப்படும்.

ஒரு இனத்தொகையில் உள்ள மாறிகளின் எண்ணிக்கை வரம்பு எண்ணிக்கையில் (Limited Number) காணப்பட்டால் அந்த இனத்தொகை வரைநிலை **இனத்தொகை (Finite Population)** எனப்படும்.

**உதாரணம்** : நம் கல்லூரி விலங்கியல் துறையில் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை.

ஒரு குளத்தில் உள்ள டிலேப்பியா மீன்களின் எண்ணிக்கை.

## 1.2.2 வரைநிலையற்ற இனத்தொகை

ஒரு இனத்தொகையில் உள்ள மாறிகளின் எண்ணிக்கை வரைநிலையற்ற எண்ணிக்கையில் (Infini numbers) காணப்பட்டால் அந்த இனத்தொகை **வரைநிலையற்ற இனத்தொகை** எனப்படும். (Infinite Population)

**உதாரணம்** : வானில் உள்ள நச்சத்திரங்கள் ,கடலில் உள்ள மீன்னினங்கள்.

## 1.2.3. புள்ளிவிவரங்கள் (Data)

ஒரு ஆய்வின் முடிவுகளை அல்லது என்பதைபற்றி தெரிந்து கொள்ள வேண்டுமோ அதைப் பற்றிய தகவல்களை பதிவு செய்வதை புள்ளிவிவரங்கள் எனப்படுகின்றன. உண்மையான தகவல்களின் தொகுப்பே **புள்ளிவிவரம்** எனப்படும்.

புள்ளியியலின் அடிப்படை அலகு புள்ளிவிவரம் ஆகும்.

**உதராணம்** : தமிழ்நாட்டில் மாலைக்கண் நோயால் பாதிக்கப் பட்டவர்களின் எண்ணிக்கை

## 1.2.4. மாதிரி (Sample)

ஓர் இனத்தொகையில் இருந்து எடுத்த மிகச்சிறிய அளவு கூறினை மாதிரி என அழைக்கப்படும். ஒரு இனத்தொகையிலிருந்து மிகசிறிய கூறினை எடுக்கும் முறைக்கு **மாதிரி எடுத்தல் (sampling)** எனப்படும்.

**உதராணம்** : ஒரு பானை சோற்றுக்கு ஒரு சோறு பதம் என்பது.

## 1.2.5. மாறிகள் (variables)

ஒரு தகவல் தொகுப்பில் உள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பும் மாறி எனப்படும். ஒவ்வொரு மாறிகளுக்கு இடையே சிறு மாறுபாடுகள் இருப்பதால் இதை **மாறிகள்** என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

**உதராணம்** : ஒரு வகுப்பில் உள்ள 10 மாணவர்கள் உயிர்புள்ளியியல் பாடத்தில் எடுத்த மதிப்பெண்கள்.

| மாணவன் | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| மதிப்பெண் | 45 | 80 | 65 | 50 | 45 | 73 | 68 | 75 | 65 | 70 |

## 1.3. மாறிகள் இருவகைப்படும், அவை

### 1.3.1.அளவளவு மாறிகள் (Quantitative Variable)

### 1.3.2.தரமளவு மாறிகள் (Qualitative Variable)

மாறிகள் அளவிடத்தக்கதாக இருந்தால் அவை அளவளவு மாறிகள் என அழைக்கப்படும்.

**உதராணம்** : மாணவர்களின் எடை, உயரம்.

**மாறிகள்**

அளவளவு மாறிகள் தரமளவு மாறிகள்

( அளவுகளின் அடிப்படையில்) ( பண்புகளின் அடிப்படையில்)

அளவிடமுடியாதா மாறிகள் ,தரமளவு மாறிகள் எனப்படும். இவை பண்புகள் ,குணம், ஆகியவற்றை விளக்குவதால் விவரிக்க தக்க மாறிகள் (Discribtive

Variable) என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. இதை கற்பித்துகூறும் மாறிகள் (Attribute) என்னும் அழைக்கலாம்.

**உதராணம் :** மலரின் நிறம், தோலின் நிறம், விதையின் அமைப்பு. இரத்த வகை.

## 1.4. உயிர் புள்ளியியலின் பயன்பாடு

1.கருத்துகளைத் திட்டவட்டமாகவும், தெளிவாகவும் கூற புள்ளியல் பயன்படுகிறது.

2. நீளமான, சிக்கலான விவரங்களை ,சுருக்கமாகவும், எளிமையாகவும் ,முக்கிய விவரங்களை மட்டும் சுட்டிகாட்டுகிறது.

3. ஒன்றை பற்றிய விவரங்களை, அதோடு தொடர்புடைய மற்றொன்றோடு ஒப்பிட்டுபார்க்க பயன்படுகிறது.

4. இரண்டு அல்லது அதற்க்கு மேற்பட்ட பண்புகளுக்கு இடையே அல்லது நிகழ்வுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பின் இயல்பபையும் ,போக்கையும் அறிந்து கொள்ள பயன்படுகிறது.

5.நமது ஐயப்பாட்டிற்குறிய கருத்துகளை ,முடிவுகளையுகங்களை, சரியானதா , தவறானதா என்று புரிந்து கொள்ள புள்ளியியல் பயன்படுகிறது.

6.புள்ளிவிவரங்களின் உதவியால் கடந்த காலப் போக்கினை ஆராய்ந்து , அதன் அடிப்படையில் எதிர்காலத்தையுகிக்க பயன்படுகிறது.

7.புள்ளிவிவரங்களின் உதவியால் , தக்க கொள்ளகளை உருவாக்கலாம்.

# 2. புள்ளி விவரம் (DATA)

புள்ளியலின் அடிப்படை அலகு புள்ளிவிவரம் (தகவல்) ஆகும். ஓன்றைப்பற்றி தெரிந்துகொள்ள சேகரிக்கப்படும் தகவல் புள்ளிவிவரம் எனப்படும். உண்மைகளின் தொகுப்பே(group of facts) **புள்ளிவிவரம்** எனப்படும்.

ஒரு புள்ளியியல் ஆய்வு வெற்றிப்பெறுவது அதன் நம்பகதனமான , உண்மையான விவரங்களை பொறுத்தே அமைகிறது.

## 2.1.புள்ளி விவரங்களின் வகைகள் (Types of Data)

புள்ளிவிவரங்கள் இரண்டு வகைப்படும். அவை முதல்நிலை விவரங்கள், இரண்டாம் நிலை விவரங்கள்.

### 2.1.1.முதல்நிலை விவரங்கள் (Primary Data)

ஆய்வாளரால் நேரடியாக விசாரணை களத்திற்கு சென்று சேகரிக்கும் தகவல்கள் **முதல் நிலை விவரங்கள்** எனப்படும்.

**உதராணம்** : வானிலை ஆய்வாளர்கள் , தட்பவெப்பநிலை காற்றழுதம், மழைபெய்த அளவு போன்றவற்றை சேகரிப்பது **முதல் நிலை புள்ளி விவரம்** எனப்படும்.

இது திறமை வாய்ந்த ஆய்வாளர்களால் மட்டுமே சேகரிக்க முடியும். மிக குறைந்த பரப்பளவில் மட்டுமே சேகரிக்க முடியும். அதிக அளவு பணம் மற்றும் நேரமும் தேவைப்படும். இது மிகவும் துல்லியமானதாக இருக்கும். மிக அதிகஅளவு நம்பகத்தமுடையதாக இருக்கும்.

### 2.1.2.இரண்டாம் நிலை விவரங்கள். (Secondary Data)

ஏற்கனவே வேறுசில ஆய்வாளர்களால் சேகரிக்கப்பட்ட தகவலிருந்து அல்லது முன்பே வெளிவந்த அல்லது வெளிவராத பதிவேட்டிலிருந்து தனக்கு தேவையான விவரங்கள் எடுத்துகொள்வது **இரண்டாம் நிலை விவரங்கள்** எனப்படும்.

**உதராணம்** : 2015 ம் ஆண்டு மழைபெய்த அளவை பொதுப்பணித்துறை அலுவலகத்தில் சென்று தெரிந்து கொள்வது அல்லது பத்திரிகையிருந்து சேகரிப்பது.

இதை சேகரிக்க ஆய்வாளருக்கு அதிகதிறமை தேவையில்லை. அதிக பரப்பளவுகளில் சேகரிக்கலாம் இதற்கு மிக குறைந்த பணம், காலம் போதுமானது இது மிக குறைந்த துல்லியத்தன்மையும், நன்பகதன்மையும் உடையது.

## 2.2.முதல்நிலை விவரத்திற்க்கும் ,இரண்டாம் நிலை விவரத்திற்க்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு

| **வ.எண்** | **முதல்நிலை விவரம்** | **வ.எண்** | **இரண்டாம் நிலை விவரம்** |
|---|---|---|---|
| 1 | ஆய்வாளரால் நேரடியாக முதன் முறையாக சேகரிக்கபடுவது. | 1 | வேறு ஆய்வாளர் சேகரித்ததில் இருந்து எடுப்பது. |
| 2 | திறமையான ஆய்வாளரால் மட்டும் சேகரிக்க முடியும். | 2 | ஆய்வாளருக்கு திறமை தேவையில்லை |
| 3 | குறுகிய பரப்பளவில் மட்டும்மே சேகரிக்க முடியும். | 3 | மிக அதிக பரப்பளவில் சேகரிக்க முடியும். |
| 4 | பணம், காலம் அதிகம் தேவைபடும். | 4 | குறைந்த காலம்,பணம் போதும். |
| 5 | அதிக நம்பகதன்மையுடையது | 5 | குறைந்த நம்பகதன்மையுடையது. |
| 6 | தவறுகள் இருக்க வாய்பில்லை | 6 | தவறுகள் இருக்க வாய்ப்பு உள்ளது. |

## 2.3புள்ளிவிவரங்களை சேகரிக்கும் முறைகள் ( Methods Collection of data )

தகவல்கள் சேகரிக்கும் முறையை வைத்து புள்ளிவிவரம் இரண்டு வகைப்படுகின்றன. அவை முதல்நிலை புள்ளிவிவரம் மற்றும் இரண்டாம் நிலைப்புள்ளிவிவரம்.

### 2.3.1.முதல்நிலை புள்ளிவிவரங்கள் சேகரிக்கும் முறைகள்

முதல்நிலை புள்ளிவிவரங்கள் கீழ்காணும் ஏதேனும் ஒரு முறைகளில் சேகரிக்கலாம்.

2.3.1.1. நேர்முகத்தனிப்பட்ட ஆய்வு (Direct Personal investigation)

2.3.1.2. மறைமுக ஆய்வு ( Indirect oral investigation)

2.3.1.3. நிருபர்கள் மூலமாக தகவல்கள் சேகரிப்பது( Information through Correspondents)

2.3.1.4. கேள்வித்தாள் மூலம் நேகரிப்பது ( Questionnaires)

2.3.1.5. முழுகணிப்பு முறை ( Census)

2.3.1.6. கூறெடுப்பு முறை (Sampling method)

### 2.3.1.1.நேர்முகத்தனிப்பட்ட ஆய்வு (Direct Personal investigation)

இந்த முறையில் ஆய்வாளர் யாரிடமிருந்து அல்லது எங்கிருந்து புள்ளிவிவரங்களைத் சேகரிக்க வேண்டுமோ அவர்களோடு **நேரடியாகத் தொடர்புக்கொண்டு விவரங்களைச்** சேகரிப்பது ஆகும்.

இந்தகைய விவரங்கள் எல்லாம் சிறந்தவையாகவும், தரமுடையதாகவும் இருக்கும்.

இத்தகைய விவரங்கள் இரகசியமாக வைக்கப் படுவதாகவோ அல்லது சில குறிப்பிட்ட இடங்களில் மட்டும் சேகரிக்கப்படுவதாகவோ இருக்கும்.

### 2.3.1.2.மறைமுக ஆய்வு ( Indirect oral investigation)

நேரடியாகப் புள்ளிவிவரங்களைத் தருகின்றவர்களிடமிருந்து ஏதோனும் ஒரு காரணத்தால் சேகரிக்க முடியாதபோது விவரங்களைத் தரக்கூடிய அவரோடு தொடர்புடைய, அந்த விவரத்தைப் பற்றி நன்கு தெரிந்த நபரிடம், அல்லது நிறுவனங்களில் தொடர்பு கொண்டு விவரங்களை சேகரிப்பது **மறைமுக ஆய்வு** எனப்படும்.

இந்த முறையில் கிடைக்கின்ற விவரங்கள் எவ்வளவு சரியானவையாக இருக்கும் என்பது அவற்றைக் கொடுப்பவர்களைக் பொறுத்தது. பொதுவாக பிறமாநிலங்கள் அல்லது பிறநாடுகளிலிருந்து புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கும் போது இம்முறை பின்பற்றப்படுகிறது.

### 2.3.1.3. நிருபர்கள் மூலமாக தகவல்கள் சேகரிப்பது( Information through Correspondents)

ஆய்வுசெய்யும் பரப்பு மிக அதிகமாக இருக்கும்போது பல இடங்களிலிருந்து தொடர்ச்சியாக புள்ளிவிவரங்களை சேகரிக்க ஆய்வாளர் சில ஏஜன்டுகளை நியமிப்பார்கள். நிருபர்கள் புள்ளிவிவரங்களை சேகரித்து ஆய்வாளருக்கு அனுப்பவர், அவர் தொகுத்து சேகரிப்பது **நிருபர்கள் மூலம் தகவல் சேகரிப்பது** எனப்படும்.

பத்திரிகைகள் பெரும்பாலும் இந்தமுறையைப் பயன்படுத்துகின்றன. இதனால் அதிக தொலைவில் உள்ள தகவல்கள் குறைந்த செலவில் எளிதில் பெறமுடியும்.

### 2.3.1.4. கேள்வித்தாள் மூலம் சேகரிப்பது ( Questionnaires)

தேவையான விவரங்களை விடைகளின் வடிவில் சேகரிப்பதற்கான பல்வேறு வினாக்களைக் கொண்ட தொகுப்பு **வினாப்பட்டியல்** ஆகும்.

வினாப்பட்டியல் நன்கு திட்டமிடப்பட்டு , பயனுள்ள ஒன்றோடு ஒன்று தொடர்புள்ள வினாக்களைக் கொண்டதாக, ஒரு சொல் அல்லது ஒரிரு வரிகளில் விடையளிக்க கூடியதாக இருக்கும்.

கேள்வித்தாள்களை அஞ்சல்மூலம் அல்லது விசாரணையாளர்களை அனுப்பி விவரங்கள் சேகரிக்கலாம்.

### 2.3.1.5. முழுகணிப்பு முறை ( Census)

புள்ளியியலில் மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு அல்லது முழுமைத்தொகுதி என்ற சொல்லை பயன் படுத்தகின்றனர்.

முழுகணிப்பு விசாரணை என்பது மக்கள் அனைவரையும் தனித்தனியாகக் கண்டு அவர்களைப் பற்றிய விவரங்களைச் சேகரிப்பது **முழுகணிப்பு முறை** எனப்படும்.

இந்த முறையில் விவரங்கள் சேகரிக்க அதிக காலம் தேவைப்படும் ஆனால் கிடைக்கும் விவரங்கள் சரியானதாகவும் , நம்பிக்கைக்கு உரியாதாகவும் இருக்கும்.

### 2.3.1.6. கூறெடுப்பு முறை (Sampling method)

ஒரு பெரிய தொகுதியிலிருந்து ஒரு சிறிய பகுதியை தேர்வு செய்வது மாதிரி எடுத்தல் அல்லது கூறெப்பு முறை எனப்படும்.

தேர்வுசெய்யப்பட்ட மாதிரியை போலவே அந்த பெரியதொகுதியில் உள்ள அனைத்து உறுப்புக்களும் இருக்கும் என முடிவுக்கு வருவதை மாதிரி கணிப்பு எனப்படும்.

**உதராணம்** : ஒருபானை சோற்றிக்கு ஒருசோறு பதம்.

## 2.3.2.இரண்டாம் நிலைப்புள்ளிவிவரங்களை சேகரிக்கும் முறைகள் (Method of collection of secondary data)

2.3.2.1.வெளியிடப்பெற்ற விவரங்கள் (Published sources)

2.3.2.2.வெளியிடப் பெறாத விவரங்கள் (Unpublished sources)

## 2.3.2.1.வெளியிடப்பெற்ற விவரங்கள் (Published sources)

வேறுபல ஆய்வுகளுக்காக ஏற்கனவே சேகரிக்கப்பட்டு பதிவாகியுள்ள புள்ளிவிவரங்களில் இருந்து நமக்கு தேவையான விவரங்களை எடுத்துக்கொள்வது.

**உதராணம் :** மத்திய மாநில அரசுகளின் வெளியீடுகள், உலக நிறுவனங்களின் அலுவலக வெளியீடுகள், வாணிபக் கழகங்கள் , தொழிற்சங்கங்களின் வெளியீடுகள் , தனியார் நிறுவனங்கள், வங்கிகள் வெளியீடுகள் பல்வேறு ஆராய்ச்சியாளர்களின் ஆய்வு கட்டுரைகள் போன்றவைகளியிருந்து தேவையான விவரங்களை சேகரிப்பது.

## 2.3.2.2.வெளியிடப் பெறாத விவரங்கள் (Unpublished sources)

எல்லா புள்ளிவிவரங்கள் அச்சுருவம் பெற்றுவெளி வருவதில்லை மாநில, மத்திய பதிவேட்டில் உள்ள சில விவரங்கள் ஆராய்ச்சி குறிப்புகள் போன்றவை அங்கு சென்று பதிவேட்டுகளை பார்த்து சேகரிப்பது **வெளியிடப் பெறாத விவரங்கள் சேகரிப்பு** எனப்படும்.

# 3.கூறெடுப்பு (or) மாதிரி எடுத்தல்

# (Sampling)

மாதிரி எடுத்தல் என்பது முதல்நிலை புள்ளிவிவரங்களை சேகரிக்கும் முறைகளில் ஒன்று ஆகும்.

ஒரு பெரிய பகுதியிலிருந்து ஒரு சிறிய பகுதியை தேர்வுசெய்து எடுப்பது மாதிரி எடுத்தல் அல்லது கூறெப்பு எனப்படும்.

இம்முறையில் தொகுதியில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளையும் ஆய்வு செய்வதற்க்கு பதில் மாதிரியாக தேர்வுசெய்யப்பட்ட உறுப்புகளை மட்டும் ஆய்வு செய்யப்படுகின்றன.

மாதிரியாக தேர்வு செய்யப்பட்ட உறுப்புகள் அதன் தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளின் பண்புகளை பிரதிபலிகின்றன.

ஒரு இனத்தொகை (Population)-ல் உள்ள மாறிகளின் எண்ணிக்கை வரைநிலையற்ற எண்ணிக்கையில் காணப்பட்டால் , மாதிரி எடுத்தல் முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

## 3.1.மாதிரி எடுக்கும் போது கவனிக்க வேண்டியவை

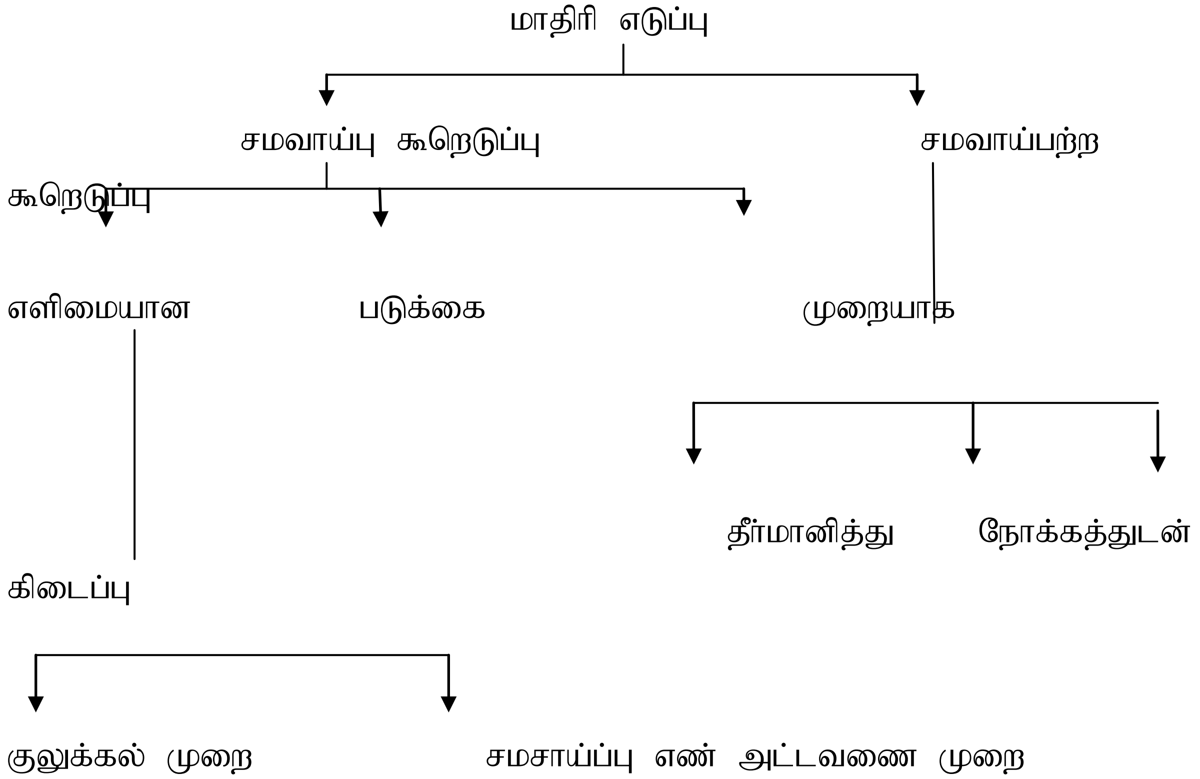
1.இனத்தொகையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளுக்கும் கூறெடுப்பில் வர சம சாய்ப்புக் கொடுக்கப் பட வேண்டும்.

2.கூறெடுப்பில் தேர்வுசெய்யப்பட்ட மாதிரி , இனத்தொகையை பிரதிபலிக்க வேண்டும்.

3.ஆய்வாளரின் தனிப்பட்ட விருப்பு, வெறுப்புகளால் கூறெடுப்பு பாதிக்ககூடாது.

4.சரியான முடிவுகளைத் தரதக்க வகையில் மாதிரி சரியான அளவில் அமைய வேண்டும்.

## 3.2.மாதிரி எடுப்பின் முறைகள் (Methods of Sampling)




### 3.2.1.சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு

W.M .Harper கூற்றுபடி இம்முறையில் மொத்த தொகுதியில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் கூறெடுப்பில் மாதிரியாக சேர்த்துகொள்ள சமவாய்பு கொடுக்கப்படும். இதில் விசாரணையாளர் இதுதான் என தனது கருத்துப்படி தீர்மானிப்பதில்லை.

### 3.2.1.சமவாய்பு கூறெடுப்பு மூன்று வகைப்படும் அவை

3.2.1.1.எளிமையான சமவாய்பு கூறெடுப்பு ( Simple Random sampling)

3.2.1.2.படுக்கைக் சமவாய்பு கூறெடுப்பு ( Stratified Random sampling)

3.2.1.3.முறையாக சமவாய்பு கூறெடுப்பு (Systematic Random sampling)

## 3.2.1.1.எளிமையான சமவாய்பு கூறெடுப்பு ( Simple Random sampling)

இம்முறையில் இனத்தொகையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளுக்கும் சமசாய்பு கொடுக்கப்படும். எளிமையான சமவாய்பு கூறெடுப்பு இரண்டு முறையில் தேர்வுசெய்யப் படுகின்றன.அவை

1. குலுக்கல் முறை ( Lottery method)
2. சமவாய்பு எண் அட்டவணை (Random number table)

## 1.1.குலுக்கல் முறை ( Lottery method)

இது எல்லோருக்கும் தெரிந்த மிகவும் எளிமையான முறை ஆகும். இம்முறையில் ஒவ்வொரு மாதிரியின் ஒவ்வொரு மதிப்பும் தனித்தனியே துண்டு தாள்களில் எழுதி அவைகளிலிருந்து குலுக்கல் முறையில் தேர்வு செய்யப்படுகின்றன.

**உதாரமாக** : ஒரு கல்லூரியில் உள்ள 50 விளையாட்டு வீரர்களில் 5 மாணவர்களை தேர்வு செய்ய , சமஅளவுஉள்ள 50 துண்டு தாள்களில் மாணவர்களின் பெயர்களை தனித்தனியே எழுதி அவற்றை ஒரே மாதிரியாக சுருட்டி, ஒரு பெட்டியில் போட்டு குலுக்கல் முறையில் இதில் தொடர்பற்ற வேறுஒரு நபரை வைத்து ஏதோனும் 5 தாள்துண்டுகளை எடுத்து , அதில் யார் யார் பெயர் வந்துள்ளதே அவர்களை தேர்வு செய்வது. இத்தொகுதி உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருந்தால் இம்முறை பின்பற்ற இயலாது.

## 1.2. சமவாய்பு எண் அட்டவணை (Random number table)

**போரசிரியர் L.H.C.டிப்பெட்** மற்றும் சில புள்ளியியல் வல்லுனர்கள் சமவாய்பு எண் அட்டவணை உருவாக்கியுள்ளனர். இந்த அட்டவணையின் உதவியோடு இனத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளுக்கு எண்கள் ஒதுக்கப்பட்டு சமவாய்பு முறையில் தேர்வு செய்யபடுகின்றன. பலவகையான சமவாய்பு எண் அட்டவணைகள் , உள்ளன, அவற்றில் முக்கியமானது. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள.

### 1.2.1.டிப்பெட் சமவாய்பு எண் அட்டவணை

**பேராசிரியர் L.H.C.டிப்பெட்** என்பவரால் 1927 ல் உருவாக்கப்பட்டது. இது நான்கு இலக்கங்கள் கொண்ட ஆயிரத்தி நாற்பது எண்கள் கொண்ட அட்டவணை ஆகும்.

### 1.2.2.பிஸ்சர் மற்றும் எடெல் அட்டவணை

இது 1938 ம் ஆண்டு உருவாக்கப்பட்டது. இதில் இரண்டு இலக்கங்களை கொண்ட 15,000 ம் எண்கள் உள்ளன.

### 1.2.3.ராமிட்ரா மற்றும் மாதாஸ் அட்டவணை

இது **1966** ம் ஆண்டு உருவாக்கப்பட்டது. இதில் நன்கு இலக்கங்களை கொண்ட 20,000ம் எண்கள் கொண்டது. இதில் எண்கள் 4 செட்டாக ஒருசெட்டுக்கு 5000 எண்கள் காணப்படும்.

**உதராணமாக** : 100 தென்னை மரங்கள் கொண்ட ஒரு தென்னை தோப்பில் 5 மரங்களை தேர்வுசெய்ய எதோனும் ஒருவரிசையில மரங்களுக்கு 001 முதல் 100 எண்கள் இருப்பதாக கொள்வோம்.

அட்டவணையில் 5வது ரோவில் மூன்றாவது காலத்தில் உள்ள எண்ணும் 7வது காலத்தில் உள்ள 4காவது(0017) மற்றும் 8 வது எண் (0321) இரண்டாவது ரோவில் உள்ள 5 காலத்தில் உள்ள(0734) மற்றும் 9 வது காலத்தில் உள்ள (0925) எண்களும் எணதேர்வு செய்தால் , அந்த அட்டவணை எண்கள் 0451,0017,0321,0734,0925 ஆகும். இதில் முதல் மூன்று எண்ணை எடுத்துக்கொள்ள கடைசி எண்ணை விட்டுவிட வேண்டும். அப்போது 045,001,032,073,092 எனக் பொள்ளவும் எனவே.

தென்னை தோப்பிலுள்ள மரங்களின் வரிசையில் 1,32,45,73 மற்றும் 92 மரங்கள் மாதிரியாக தேர்வு செய்ய வேண்டும்.

## 2.படுக்கைக் சமவாய்பு கூறெடுப்பு ( Stratified Random sampling)

இம்முறை பெரும்பாலும் இனத்தொகையில் பல பண்புகள் உடைய உறுப்பகள் காணப்பட்டால் பயன் படுத்தப்படுகிறது.

இம்முறையில் மொத்த உறுப்புகளையும் சில பிரிவுகளாக பிரித்து பின் அவைகளின் அளவுக்கு ஏற்ப சமவாய்ப்பு முறைபடி தேவையான மாதிரிகளை தேர்வு செய்வது ஆகும்.

**உதராணமாக :** ஒரு கல்லூரியில் உள்ள மொத்த மாணவர்கள் 1200 போரில் 50 மாணவர்கள் தேர்வு செய்ய, அந்த மாணவர்களை, தமிழ் நன்கு பேசுபவர்கள், ஆங்கிலம் நன்கு பேசுபவர்கள், மற்றும் இந்தி நன்கு பேசுபவர்கள், மலையாளம் நன்கு பேசுபவர்கள், என நான்கு பிரிவுகளாக பிரித்து அவர்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப அதிகம் தமிழ் பேச தெரிந்தவர்களில் 40% மாணவர்களும், அதற்க்கு அடுத்து ஆங்கிலம் பேச தெரிந்தவர்களில் 30% மாணவர்களும், மலையாளம் நன்கு பேசதெரிந்தவர்களில் 10% மாணவர்களும், மற்றும் இந்தி நன்கு பேசதெரிந்தவர்களில் 10% தேர்வு செய்யலம்.

1200 மாணவர்களில் 50 நபரை தேர்வு செய்ய

தமிழ் மாணவர்கள் = 50x40/100 = 20 நபர்கள்

ஆங்கிலம் மாணவர்கள் = 50x30/100 = 15 நபர்கள்

மலையாளம் மாணவர்கள் = 50x20/100 = 10 நபர்கள்

இந்தி மாணவர்கள் = 50x10/100 = 05 நபர்கள்

## 3. முறையாக சமவாய்பு கூறெடுப்பு (Systematic Random sampling)

இம்முறையில் மாதிரிகள் தேர்வுசெய்ய , இனத்தொகையில் உள்ள மொத்த உறுப்புகளை வரிசைப்படுத்தியபின் ஒரு குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் உள்ள உறுப்புகளை மாதிரியாக எடுப்பதை **முறையாக சமவாய்பு கூறெடுப்பு** எனப்படும்.

இதற்கு K=N/N என்ற சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

K என்பது மாதிரி இடைவெளி

M என்பது மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

N என்பது மாதிரியின் எண்ணிக்கை

**உதராணமாக** : 60 மாணவர்களை கொண்ட ஒரு வகுப்பில் 5 மாணவர்களை
தேர்வு செய்ய

K=60/5=12

மாதிரி இடைவெளி =12

எனவே 12வது,24வது, 36 வது, 48வது மற்றும் 60வது வரிசை எண் கொண்ட மாணவர்களை மாதிரியாக எடுக்க வேண்டும்.

## சமவாய்பற்ற முறையில் கூறெடுத்தல் ( Non Random Sampling)

ஆய்வாளர் அல்லது விசராணையாளர், மாதிரியை தேர்வு செய்ய இனத்தொகுப்பில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளுக்கும் சமவாய்புக் கொடுக்காமல் , தனக்கு பிடித்தமான தேவையான உறுப்புகளை மட்டும் தேர்வு செய்வது **சமவாய்பற்ற முறை மாதிரி சேகரித்தல்** எனப்படும்.

**இது மூன்று முறைகளில் சேகரிக்கபடுகின்றன**.

1.நோக்கத்துடன் கூறெடுத்தல் ( Purposive sampling)

2.தீர்மானித்துக் கூறெடுத்தல் ( Judgment sampling)

3.கிடைப்புபங்கு கூறெடுத்தல் ( Quota sampling)

## 1.நோக்கத்துடன் கூறெடுத்தல் ( Purposive sampling)

ஆய்வாளர் ஏதோனும் ஒரு நோக்கத்தின் அடிப்படையில் தனக்கு சாதகமான, விருப்பமான உறுப்புகளை மட்டும் மாதிரியாக தேர்தெடுப்பது ஆகும்.

**உதராணமாக :** மாணவர் சேர்க்கையின் போது மதிப்பெண் அடிப்படையில் வயதின் அடிப்படையில், பொருளாதரத்தின் அடிப்படையில் மதத்தின் அடிப்படையில், சாதியின் அடிப்படையில் இவற்றின் ஏதோனும் ஒன்றை நோக்கமாக கொண்டு அதற்கு தகுதியுடையவரை மட்டும் தேர்வுசெய்வது.

## 2.தீர்மானித்துக் கூறெடுத்தல் ( Judgment sampling)

இம்முறையில் ஆய்வாளர் எவையெல்லாம் முழுதொகுதியை பிரதிபலிப்பதாக கருதுகின்றாரோ அவற்றை மட்டும் மாதிரியாக சேகரிப்பது **தீர்மானித்துக் கூறெடுப்பு** எனப்படும்.

**எ.கா:** உருவத்தைபார்த்து பலசாலி என தீர்மானித்து தேர்வுசெய்வது.

உயரத்தை வைத்து , வயதை திர்மானிப்பது.

## 3.கிடைப்புப் பங்கு கூறெடுத்தல் ( Quota sampling)

இம்முறையில் விசாரணையாளர் , இனதொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளின் பொருளாதாரம், பால், தொழில் , ஜாதி ,மதம் இவைகளின் ஏதோனும் ஒன்றை நிலைப்படுத்தி அவற்றின் அடிப்படையில் மாதிரிகள் தேர்வு செய்வது ஆகும்.

இம்முறையிலும் விசாரணையாளரின் விருப்பு வெறுப்பு நுழைய வாய்பு உள்ளது.

# 4. புள்ளிவிவரங்களை வகைப்படுத்துதல்

# (Classification of Data)

புள்ளியியல் ஆய்வில் ( Statistical Analysis) முதல்நிலை சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களை வகைப்படுத்துவது ஆகும். சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களை வரிசைபடுத்துவதன் மூலம் மாதிரியில் மதிப்புகளின் ஒற்றுமை, வேற்றுமைக்கு ஏற்ப அவைகளை வரிசைபடுத்தவும், மாதிரியின் மதிப்புகளை எளிமையாக தெரிந்து கொள்ளவும், மற்ற மதிப்புகளுடன் ஒத்துபார்கவும், தேவையான மதிப்புகளை வைத்துகொண்டு தேவையற்ற மதிப்புகளை நீக்கவும். தகுதியான புள்ளியியல் ஆய்வினை தொடரவும் உதவுகின்றன.

## 4.வகைப்படுத்துதலின் முறைகள் (Types of Classification)

புள்ளிவிவரங்களை இடம், காலம், அளவுகள், பண்புகள் ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் **எல்.ஆர்.கார்னர்** முறைப்பட்ட வகைப்படுத்தியுள்ளார். அவை

4.1. புவியியல் அடிப்படையிலான வகைபாடு ( Geographical Classification)

4.2. காலத்தின் அடிப்படையிலான வகைபாடு ( Chronological Classification)

4.3. பண்புகளின் அடிப்படையிலான வகைபாடு ( Qualitative Classification)

4.4. அளவுகளின் அடிப்படையிலான வகைபாடு ( Quantitative Classification)

## 4.1.புவியியல் அடிப்படையிலான வகைபாடு ( Geographical Classification)

புள்ளிவிவரங்கள் புவியியல் அடிப்படையில் சில குறிப்பிட்ட இடங்களை பற்றியதாக இருந்தால் அது **புவியியல் அடிப்படையிலான வகைபாடு** எனப்படும்.

**எ.கா:** இந்தியாவில் தென்மாநிலங்களில் நெல்உற்பத்தி, மீன் உற்பத்தி, மக்கள் தொகை, மழையின் அளவு போன்றவற்றை சேகரிப்பது.

| **மாநிலம்** | **நெல் உற்பத்தி (டன்)** |
|---|---|
| தமிழ்நாடு | 350 |
| கேரளா | 200 |
| ஆந்திரா | 300 |
| கர்நாடகா | 400 |

## 4.2.காலத்தின் அடிப்படையிலான வகைபாடு ( Chronological Classification)

புள்ளிவிவரங்கள் காலத்தின் அடிப்படையில் (ஆண்டு,மாதம்,வராம்,மணி) சேகரிக்கப்பட்டால் அது **கால அடிப்படையிலான புள்ளி விவரம்** எனப்படும்.

**எ.கா:** இன்னைய வெப்பநிலை, கடந்த 5 ஆண்டுகளாக நமது கல்லூரியில் பயின்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை.

| **நேரம்** | **வெப்பநிலை** |
|---|---|
| 8 Am | 18 |
| 10Am | 26 |
| 12 Noon | 30 |
| 2 Pm | 30 |
| 4 Pm | 20 |

| **ஆண்டு** | **மா.எண்ணிக்கை** |
|---|---|
| 2011 | 700 |
| 2012 | 850 |
| 2013 | 932 |
| 2014 | 950 |
| 2015 | 1115 |

## 4.3.பண்புகளின் அடிப்படையிலான வகைபாடு ( Qualitative Classification)

புள்ளிவிவரங்கள் மாதிரிகள் இயல்வுகளை அல்லது பண்புகளின் அடிப்படையில் (நிறம், மதம்,சாதி,கல்வியறிவு ) சேகரிக்கப்பட்டால் அது பண்புகளின் அடிப்படையிலான வகைப் புள்ளிவிவரம் எனப்படும்.

| **இரத்தவகை** | **மா.எண்ணிக்கை** |
|---|---|
| A | 20 |
| B | 27 |
| AB | 15 |
| O | 8 |

## 4.4.அளவுகளின் அடிப்படையிலான வகைபாடு ( Quantitative Classification)

அடிப்படையிலான புள்ளிவிரங்களை அளவியல் அடிப்படையில் சேகரிக்கப்பட்டால் அது அளவியல் வகை புள்ளிவிவரம் எனப்படும்.

மாறிகள் உயரம் ,எடை, வயது,வருமானம்,போன்வற்றின் அடிப்படையில் சேகரிப்பது.

**எ.கா: கத்திரிக்காயின் எடை**

| **கத்திரிக்காய்** | **ஏடை(கி)** |
|---|---|
| 1 | 7 |
| 2 | 6 |
| 3 | 10 |
| 4 | 12 |
| 5 | 6 |

# 5.அட்டவணைபடுத்துதல்

# (Tabulation)

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களை வகைப்படுத்திய பிறகு அவற்றை அட்டவணைபடுத்துவது புள்ளியியல் ஆய்வின் இரண்டாவது படிநிலை ஆகும்.

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்கள் வகைப்படுத்தாமல் ஒழுங்கற்று சேகரித்தப்படி இருந்தால் அதை வரிசைபடுத்தப்படாதா புள்ளிவிவரம் எனப்படும்.

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களை மாறிகள் மதிப்புக்கு ஏற்ப ஏறுவரிசையில் இறங்குவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தி கூறுவதை அரே(Array) புள்ளிவிவரம் எனப்படும்.

இவ்வாறு வரிசைபடுத்தப்பட்ட மிகபெரிய புள்ளிவிவரங்களை எளிதாக புரிந்துகொள்ள சுருக்கமாக அட்டவணைபடுத்த காட்டுவதை அட்டவணைபடுத்துதல் என்கிறோம். புள்ளிவிவரங்களை அட்டவணை மூலம் பரதிப்பலித்து காட்டுவதை அட்டவணையிடுதல் என்கிறோம்.

## புள்ளிவிவரங்களை அட்டவணையிடுவதன் நன்மைகள்

1.அட்டவணையிட்ட புள்ளிவிவரங்களை எளிதாக புரிந்து கொள்ளலாம்.

2.விரிவான புள்ளிவிவரங்களை அட்டவணை சுருக்கிதொகுத்து தருகிறது.

3.அட்டவணையிட்ட புள்ளிவிவரங்களை எளிதாக ஒப்பிட்டு பார்க்கலாம்.

4.அட்டவணையிடுதலின் மூலம் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையில் இருக்கின்ற தொடர்பை அறியமுடிகிறது.

5.அட்டவணையில் இருக்கும் சிறு சிறு தலைப்புகளிலிருந்தும் செங்குத்து மற்றும் கிடைமட்ட வரிசைகளிலிருந்து புள்ளிவிவரங்களை பற்றிய முழுமையான தகவலை எந்த ஒரு நபரின் விளக்கமில்லாம் புரிந்து கொள்ளலாம்.

6.புள்ளிவிவரங்களை அட்டவணைபடுத்தும் போது, புள்ளிவிவரங்களை சேகரிக்கும் போது ஏதாவது விடுபட்டிருக்கின்றனவா அல்லது பிழைகள் நடந்திருக்கின்றனவா என்பதை கண்டுகொள்ள முடியும்.

## அட்டவணையிடும் போது கவனிக்க வேண்டியது

1.புள்ளிவிவரங்கள் எதைபற்றியது என்பதை குறிக்கும் வகையில் அட்டவணைக்கு சிறிய தலைப்பு கொடுக்க வேண்டும். அது அட்டவணையில் உள்ள முழுகருத்திணையும் எடுத்துக் கூறும் வகையில் இருக்கவேண்டும்.

2.அட்டவணைகளை நீள அகலத்தில் சமச்சீர் அளவில் அமைக்க வேண்டும்.

3.அட்டவணையில் வரும் ஒவ்வொரு குறுக்கு வரிசைக்கும் மற்றும் கிடைமட்டவரிசைக்கும் தெளிவான சிறுதலைப்பு கொடுக்கவேண்டும்.

4.அட்டவணை புள்ளிவிவரத்தில் உள்ள எல்லா விவரங்களையும் கூறகூடியதாக அமைய வேண்டும்.

5.அட்டவணையில் பயன்படுத்துகின்ற அலகுகள் தெளிவாக தரபடவேண்டும்.

6.புள்ளிவிவரங்களில் எழுக்கூடிய ஐயங்களைக் தீர்க்கும் வகையில் தேவையான அடிக்குறிப்புகள் தரப்பட வேண்டும்.

7.அட்டவணையை எளிமையாக அமைப்பது சிறப்பாகும். ஆதாலால் விவரங்களை முறைப்படுத்தி சுருக்கமாகவும் தெளிவாகவும் அமைக்க வேண்டும்.

8.அட்டவணையின் குறுக்க மற்றும் நெடுக்கு வரிசைகளை ஒப்பிட்டு பரிக்கும் வகையில் முறையாக அமைக்க வேண்டும்.

9.ஒப்பிட்டு பார்க்க வேண்டிய விவரங்கள் அட்டவணையில் அருகருகே அமையுமாறு அமைதல் வேண்டும்.

## 5.அட்டவணையின் வகைகள் (Types of table)

அட்டவணையை உருவத்தின் அடிப்படையில் இரண்டு வகையாக பிரிக்கலாம். அவை

5.1.**எளிமையான அட்டவணை (Simple table)**

**5.2.சிக்கலான அட்டவணை (Complex table)**

## 5.1.எளிமையான அட்டவணை (Simple table)

இது எளிமையாக மாறிகளின் ஏதானும் ஒரு பண்பை பற்றி மட்டும் குறிப்பிட்டிருக்கும். எனவே இதை **ஒருவழி அட்டவணை** என்றும் கூறலாம்.

**உதாரணம்** : ஒரு வகுப்பில் மாணவர்கள் உயிர்புள்ளியியல் பாடத்தில் எடுத்த மதிப்பெண்களை குறிப்பிடுவதது

| மதிப்பெண் | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை |
|---|---|
| 0-20 | 4 |
| 20-40 | 16 |
| 40-60 | 20 |
| 60-80 | 12 |
| 80-100 | 8 |

## 5.2.சிக்கலான அட்டவணை (Complex table)

மாறிகளின் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேந்பட்ட பண்புகளை குறிப்பிடபட்டிருந்தால் அது **சிக்கலான அட்டவணை** எனப்படும். மாறிகளின் பண்புகளின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப இது இருவழி அட்டவணை, மூன்றுவழி அட்டவணை, பல்வழி அட்டவணை என்று கூறலாம்.

**உதாரணமாக** : ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களில் ஆண்கள் மற்றும் பெண்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் என இரண்டாக கூறுவது **இருவழி அட்வணை** ஆகும்.

| | **மாணவர்களின் எண்ணிக்கை** | |
|---|---|---|
| **மதிப்பெண்** | **ஆண்** | **பெண்** |
| | | |

இந்த ஆண் மற்றும் பெண் மாணவர்களை விடுதியிலிருந்து வருபவர்கள்,வீடுகளிலிருந்து வருபவர்கள் என பிரிப்பது **மூன்றுவழி அட்டவணை** எனப்படும்.

| **மதிப்பெண்** | **மாணவர்களின் எண்ணிக்கை** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **ஆண்கள்** | | **பெண்கள்** | |
| | விடுதயிலிருந்து வருபவர்கள் | வீடுகளிலிருந்து வருபவர்கள் | விடுதயிலிருந்து வருபவர்கள் | வீடுகளிலிருந்து வருபவர்கள் |
| | | | | |
| | | | | |

மேலும் இந்த மாணவர்களை ,மதத்தின் அல்லது மாநிலத்தின் அல்லது சாதிகள் அடிப்படையில் பிரிப்பது **பல்வழி அட்டவணை** எனப்படும்.

| **மதிப்பெண்** | **மாணவர்களின் எண்ணிக்கை** | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **ஆண்கள்** | | | | | | **பெண்கள்** | | | | | |
| | விடுதயிலிருந்து வருபவர்கள் | | | வீடுகளிலிருந்து வருபவர்கள் | | | விடுதயிலிருந்து வருபவர்கள் | | | வீடுகளிலிருந்து வருபவர்கள் | | |
| | இந்து | Bc(C) | Bc(M) | இந்து | Bc(C) | Bc(M) | இந்து | Bc(C) | Bc(M) | இந்து | Bc(C) | Bc(M) |
| | | | | | | | | | | | | |

# 6.அலைவெண் பரவல்

# (Frequency Distribution)

கேசரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிரங்களின் தொகுப்பினை புள்ளியியல் தொகுதி எனப்படும். அலைவெண் அமைப்பதற்கு அலைவெண் பரவல் அடிப்படையில் புள்ளியியல் தொகுதி மூன்று வகையாக பிரிக்கப்படுகின்றன. அவை

**1.தனித்தொகுதி (individual series)**

**2. தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி(Discrete series)**

**3.தொடர்ந்த தொகுதி (Continuous series)**

## 1.தனித்தொகுதி (individual series)

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரம் சீராக்கபடாத சேகரித்த படியே அப்படியே அதை சீராக்கப்படாத விவரம் எனப்படும்.(7,4,15,6,7,12,5,8,7,10).

இதை ஏறுவரிசையிலே அல்லது இரங்குவரிசையிலே சீராக ஒழுங்குபடுத்தி அமைத்தபல் (4,5,6,7,7,7,8.10,12,15) இதற்கு அணிவரிசை விவரம் எனப்படும். இவ்வாறு சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்கள் தனிதனியே குழுவாக பிரிக்கப்படாம் இருப்பதை தனித்த புள்ளிவிவரம் எனப்படும். இதில் அலைவெண் இருக்காது அல்லது கொடுக்கப்பட்டிருக்காது.

## 2.தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி(Discrete series)

சேகரிக்கப்பட்ட விவரம் பெரிய அளவில் காணப்பட்டால் அதை சுருக்கமாக கொடுப்பதற்க்காக. மாறியின் மதிப்புகள் திரும்ப திரும்ப வருதை, மறுபடியும் குறிப்பதற்கு பதிலாக அது எத்தணை முறை வந்துள்ளது என எண்ணி அந்த எண்ணிக்கையை குறிப்பிடுவது **அலைவெண்** எனப்படும்.

**உதாரணமாக** : 20 நத்தைகளின் எடை கிராமில் : 3.3,3,6,6,7,7,7,7,7,8,8.8,8,9,9.9,9.12,14

| நத்தையின் எடை(கி) | 3 | 5 | 7 | 8 | 9 | 12 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **நத்தையின் எண்ணம் (F)** | 3 | 2 | 5 | 4 | 4 | 1 | 1 |
| | | | | | | | |

இவ்வாறு மாறிகள் மதிப்புகள் தனித்தனியே இருந்து அவற்றிக்கு அலைவெண் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் அதில் மாறிகள் மதிப்புகள் தெடர்ச்சியாக இல்லாமல் இருப்பதால் இதை **தெடர்ச்சியற்ற தொகுதி** அல்லது **தெடர்ச்சியற்ற புள்ளிவிவரம்** எனப்படும்.

## 3.தொடர்ந்த தொகுதி (Continuous series)

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்கள் மிகபெரிய அளவில் இருந்தால் அதை சில குலுக்கலாக பிரித்து ஒவ்வொரு குழுவிலும் உள்ள மாறிகள் மதிப்புகளை எண்ணி அந்த குழுவின் அலைவெண்ணாக கொடுக்கப்பட வேண்டும். இதில் உள்ள ஒவ்வொரு குழுவும் பிரிவு அல்லது வகுப்பு எனப்படும். இதில் மாறிகள் குழுமமாக காணப்படுவதால் குழுமம் தொகுதி என்றும் , மாறிகளின் மதிப்புகள் தொடாச்சியாக காணபடுவதால் தொடர்தொகுதி என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

**உதாரணமாக** : 80 நத்தைகளின் எடை கொடுக்கப்பட்டால்

| நத்தையின் எடை(கி) | 0-3 | 3-6 | 6-9 | 9-12 | 12-15 | 15-18 | 18-21 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **நத்தையின் எண்ணிக்கை(f)** | 8 | 12 | 17 | 20 | 10 | 7 | 6 |

ஒரு புள்ளிவிவர பட்டியலை பல பிரிவுகளாக அல்லது வகுப்புகளாக பரிக்கும்போது கவணிக்கவேண்டிய விதிமுறைகள்

## 1.பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை(Class)

ஒரு புள்ளிவிவர பட்டியலை பல பரிவுகளாக பிரிக்கும்போது குறைந்தது 5 வகுப்புகள் இருக்கவேண்டும். அதிகபடியாக ஆய்வாளரின் விருபத்திற்க்கு ஏற்ப இருக்காலம்.

## 2.வகுப்பு எல்லை பிரிவு எல்லை(Class Limit)

ஓவ்வொரு பிரிவுக்கும் இரண்டு பிரிவு எல்லைகள் இருக்க வேண்டும். அவை பிரிவின் கீழ் எல்லை மற்றும் பிரிவின் மேல் எல்லை எனப்படும்.

ஓவ்வொரு பிரிவின் உள்ள மிககுறைந்த மதிப்பு பிரிவின் கீழ் எல்லை எனவும், மிகபெரிய மதிப்பு பிரிவின் மேல் எல்லை என்றும் கூறப்படும்.

**எ.கா :** (1-5) என்ற பிரிவில் 1கீழ் எல்லை, 5 மேல் எல்லை

(6-10) என்ற பிரிவில் 6கீழ் எல்லை, 10 மேல் எல்லை

## 3.பிரிவின் நடுப்புள்ளி (Class Mid Point)

ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் கீழ் எல்லைக்கும் இடைப்பட்ட நடு மதிப்பு பிரிவின் நடுப்பள்ளி எனப்படும். இதை பின்வரும் சூத்திரம் மூலம் காணலாம்.

**பிரிவின் நடுபுள்ளி = பிரிவின் மேல் எல்லை + பிரிவின் கீழ் எல்லை / 2**

**எ.கா : 0-10= 0+10/2 =10/2=5**

**10-20=10+20/2=30/2=15**

முதல் வகுப்பின் நடுப்புள்ளி 5, இரண்டாம் வகுப்பின் நடுபுள்ளி 15 ஆகும்.

## 4.பிரிவுஇடைவெளி (Class intervals)

ஒரு வகுப்பில் உள்ள மேல் எல்லைக்கும், கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வேறுபாடு பிரிவு இடைவெளி எனப்படும்.

இதனை கீழ் வரும் சூத்திரம் மூலம் காணலாம்.

பிரிவு இடைவெளி= மேல் எல்லை – கீழ் எல்லை.

**எ.கா : 0-10 என்ற பிரிவின் இடைவெளி (10-0=10) 10ஆகும்.**

**10-20 என்ற பிரிவின் இடைவெளி (20-10=10) 10ஆகும்.**

இவ்வாறு ஒரு புள்ளிவிவரப் பட்டியலை பல பிரிவுகளாக பிரிக்கும் போது எல்லா பிரிவுகளின் இடைவெளியும் ஓரே அளவாக இருக்க வேண்டும்.

## 4.1.பிரிவு இடைவெளியின் அளவைத் தீர்மானித்தல்

ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் அளவு, பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையைப் பொருத்தும், புள்ளிவிவரத்தின் வீச்சின் மதிப்பை பொறுத்தும் அமையும்.

வீச்சு என்பது மாறியின் மிகப்பெரிய மதிப்புக்கும் மிகச்சிறிய மதிப்புக்கும் உள்ள வேறுபாடு ஆகும்.

பிரிவு இடைவெளியின் அளவை தோராயமாக தெரிந்து கொள்ள முதலில் கீழ்வரம் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி வீச்சு காண வேண்டும்.

**வீச்சு = L-S**

**பிரிவு இடைவெளி = L-S/K**

**L -** மிகப்பெரிய மதிப்பு

**S -** மிகச்சிறிய மதிப்பு

R- வீச்சு

இரண்டாவதாக $= Ci=\frac{R}{K}$

Ci= பிரிவு இடைவெளி

R= வீச்சு

K- எத்தனை பிரிவுகள் தெவையோ, அந்த எண்ணிக்கை பிரிவு இடைவெளி மதிப்பு பின்னமாகவந்தால் அதனை தோராயபடுத்தி முழு எண்ணிாக்கி எனக் கொள்ளலாம்.

## 5.வகுப்பின் வகை (Types of Class)

பிரிவு எல்லைகள் அமைக்கும் முறையின் அடிப்படையில் பிரிவு அல்லது வகுப்பு இருவகைப்படும். அவை தவிர்த்துக் கணிக்கிடும் முறை வகுப்பு மற்றும் சேர்த்து கணிக்கிடும் முறை வகுப்பு.

### 5.1.தவிர்த்துக் கணிக்கிடும் முறை வகுப்பு

இம்முறையில் ஒரு பிரிவின் மேல்எல்லை அதற்கு அடுத்துவரும் பிரிவின் கீழ்எல்லையாக இருக்கும். ஒவ்வொரு பிரிவின் மேல் எல்லை மதிப்பு அப்பிரிவை சேர்ந்தாக இருக்காது எனவே அலைவெண் குறிப்பிட கணக்கிடும் போது மேல் எல்லை மதிப்பை நீக்கி கணக்கிட வேண்டும். எனவே இந்த வகுப்புகள் **தவிர்த்து கணக்கிடும் வகுப்பு** எனப்படும்.

**உதாரணமாக** : 25 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்களை குறிப்படும் போது 6,15,17,19,20,25,35,37,39,40,40,46,50,52,55,59,70,80,82.

| வகுப்பு | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை |
|---|---|
| 0-20 | 4 |
| 20-40 | 6 |
| 40-60 | 10 |
| 60-80 | 3 |
| 80-100 | 2 |

இதில் 0 முதல் 19 வரை மதிப்பெண் பெற்ற மாணவர்களை முதல் வகுப்பிலும், 20 முதல் 39 வரை மதிப்பெண் பெற்ற மாணவர்களை இரண்டாம் வகுப்பிலும் குறிக்கவேண்டும். மேல் எல்லை மதிப்பெண்களான 20,40,60,80,100 பெற்றவர்களை அந்த வகுப்பில் சேர்காமல், தவிர்க்க வேண்டும். அல்லது ஒதுக்கப்படும் மதிப்பு அடுத்த வகுப்பின் கீழ்எல்லையாக இருப்பதால் அதில் கணப்கிடப்படும், பெரும்பாலான உயிரியல் புள்ளி விவரங்கள் இம்முறையில் கணக்கிடப்படும்.

## 5.2. சேர்த்து கணிக்கிடும் முறை வகுப்பு.

இம்முறையில் ஒரு பிரிவின் மேல்எல்லை, அடுத்த பிரிவின் கீழ் எல்லையாக அமைந்திருக்காது. எனவே அந்தந்த பிரிவின் உள்ள கீழ்எல்லை முதல் மேல் எல்லைவரை உள்ள எல்லா உறுப்புகளையும் சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை எனப்படும்.

மேற்குறிப்பிட்ட உதாரணத்தை எடுத்துகொண்டால் 25 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்களை குறிப்படும் போது 6,15,17,19,20,25,35,37,39,40,40,46,50,52,55,59,70,80,82.

| வகுப்பு | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை |
|---|---|
| 1-20 | 5 |
| 21-40 | 7 |
| 41-60 | 8 |
| 61-80 | 4 |
| 81-100 | 1 |

இதில் வகுப்பில்உளள் கீழ்எல்லை முதல் மேல் எல்லை வரை (1-20) உள்ள மதிப்பெண் பெற்ற மாணவர்கள் அனைவரையும் சேர்கப்படுவதால் இது சேர்த்து கணக்கிடும் முறை எனப்படும்.

இம்முறை பெரும்பாலும் பொருளாதரதுறை மற்றும் வணிகவியல் துறையில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

வகுப்பின் எல்லையை தீர்மாணிக்கும் போது முதல் வகுப்பில் கீழ்எல்லை புள்ளிவிவரத்தின் மிகச்சிறிய மதிப்பாகவோ அல்லது அதைவிட சிறிய மதிப்பாகவோ இருக்கலாம். அதைப்போல் கடைசிவகுப்பின் மேல்எல்லை புள்ளிவிவரத்தின் மிகச்பெரிய மதிப்பைவிட பெரியதாகவோ அல்லது அதாகவோ இருக்கலாம்.

ஆனால் புள்ளிவிவரத்தில் உள்ள மிகசிறிய மதிப்பு முதல் வகுப்பிலும், மிகப்பெரிய மதிப்பு கடைசி வகுப்பிலும் அமைய வேண்டும்.

# 7.அலைவெண் பரவல் அட்டவணை
# (Frequency Distributiontable)
# அல்லது
# சரிபார்க்கும் குறியீட்டு அட்வணை (Tally Bar Table)

அலைவெண் பரவல் அட்டவணை என்பது ஒரு வகையான புள்ளியியல் அட்டவணை ஆகும். இதில் மாறிகள், சில குழுக்கலாக பிரிக்கப்பட்டு அக்குழுவில் உள்ள மதிப்புகள் எத்தணை முறை வந்துள்ளது என குறியிட்டு எண்ணி குறிப்பிடுவது அலைவெண்பரவல் அட்டவணை அல்லது சரிபார்க்கும் குறியீட்டு அட்வணை எனப்படும்.

## சரிபார்க்கும் குறியீட்டு அட்வணை அமைக்கும் முறை

ஒரு வகுப்பில் உள்ள 40 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்களை அலைவெண்பரவல் அட்டவணை அமைக்க கீழ்வரம் படிநிலைகள் பின்பற்ற வேண்டும்.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 80 | 48 | 44 | 63 | 59 | 45 | 41 | 43 |
| 47 | 62 | 65 | 57 | 58 | 55 | 57 | 60 |
| 55 | 61 | 63 | 65 | 70 | 49 | 56 | 63 |
| 78 | 52 | 42 | 48 | 55 | 62 | 52 | 41 |
| 44 | 31 | 70 | 73 | 48 | 34 | 71 | 40 |

சேகரிக்கபட்ட புள்ளிவிவரத்தை முதலில் ஏறு அல்லது இறங்கு வரிசையில் எழுத வேண்டும்.

31,34,34,40,41,41,42,43,44,44,45,48,48,49,52,52,55,55,55,56,57,57,58 ,59,60,61,62,62,62,63,63,65,70,70,71,73,78,80.

இரண்டாவதாக வீச்சு காண வேண்டும்.

**வீச்சு = L-S = 80-31=49**

பின்பு பிரிவு இடைவெளியை தீர்மானிக்க வேண்டும்.

CI=R/K, K-பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை

இப்போது ஏழு பிரிவுகளாக பிரிப்பதாக கொள்ள வேண்டும்.

CI=49/7 =7

பின்னர் மதிப்பெண் 31 முதல் 80 வரையுள்ளதை பிரிவு இடைவெளி 7 வரும்படியாக ஏழு வகுப்பாக பிரிக்க வேண்டும். கடைசியான மதிப்பு 80ஐ, 7 வது வகுப்பில் சேர்க்க முடியாத காரணத்தால் மேலும் ஒரு வகுப்பு உருவாக்க வேண்டும்.

தேவையான வகுப்புகளாக பிரித்தபின் அந்தந்த வகுப்பில் வரும் மதிப்பெண்களுக்கு குறியீடு கொடுக்க வேண்டும். அவைகளை எண்ணி அலைவெண் கொடுக்க வேண்டும்.

சரிபார்க்கும் குறியீட்டு அட்டவணை

| **வகுப்பு** | **குறியீடு** | **அலைவெண்** |
|---|---|---|
| 31-38 | 111 | 3 |
| 38-45 | ~~1111~~ | 5 |
| 45-52 | ~~1111~~ 1 | 6 |
| 52-59 | ~~1111~~ ~~1111~~ | 10 |
| 59-66 | ~~1111~~ 111 | 8 |
| 66-73 | ~~1111~~ | 5 |
| 73-80 | 11 | 2 |
| 80-87 | 1 | 1 |
| | | N= 40 |

## அலைவெண் பரவல் அட்டவணை மூன்று வகைப்படும்.

1. வகுப்புகள் அற்ற அலைவெண்பரவல் அட்டவணை.

2. வகுப்புகள் கொண்ட அலைவெண்பரவல் அட்டவணை.

3. குவிவு அலைவெண் பரவல் (அல்லது) ஒன்றுதிரண்ட அலைவெண் அட்டவணை

## 1.வகுப்புகள் அற்ற அலைவெண்பரவல் அட்டவணை.( frequency distribution without class)

பொதுவாக மாறிகளின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 30க்கு குறைவாக காணப்பட்டால் அவற்றை குழுவாக பிரிக்கும் போது வகுப்புகள் இல்லாமல் ஒவ்வொரு உறுப்பும் எத்தனை முறை வந்துள்ளது என சரிபார்க்கு குறியீட்டு அட்டவணை மூலம் அலைவெண் கொடுப்பது வகுப்புகள் அற்ற அலைவெண் பரவல் அட்டவணை எனப்படும். பொதுவாக இது தொடர்ச்சியற்ற தொகுதியில் காணப்படும்.

**எ.கா: 25 மீன் குஞ்சுகளின் எடை**

| **மீன் குஞ்சுகளின் எடை(கி)** | **மீன் குஞ்சுகளின் எண்ணிக்கை** | **அலைவெண(f)** |
|---|---|---|
| 3 | 11 | 2 |
| 5 | ~~1111~~ 11 | 7 |
| 7 | ~~1111~~ ~~1111~~ | 10 |
| 10 | 1111 | 4 |
| 12 | 11 | 2 |
| | | N= 25 |

## 2. வகுப்புகள் கொண்ட அலைவெண்பரவல் அட்டவணை.

பொதுவாக மாறிகளின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 30க்கு அதிகமாக காணப்பட்டால் அவற்றை 5க்கும் மேல் பல கவுப்புகளாக பரித்து ஒவ்வொரு பிரிவின் உறுப்புகளை எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப குறியீடுகளிட்டு அலைவெண் பரவல் அட்டவணை அமைப்பது வகுப்புகள் கொண்ட அலைவெண் பரவல் அட்டவணை எனப்படும். இது தொடர்தொகுதியில் காணப்படும்.

**எ.கா: 60 மீன் குஞ்சுகளின் எடை**

| **மீன் குஞ்சுகளின் எடை** | **மீன் குஞ்சுகளின் எண்ணிக்கை** | **அலைவெண்** |
|---|---|---|
| 0-4 | ~~1111~~ | 5 |
| 4-8 | ~~1111~~ ~~1111~~ | 10 |
| 8-12 | ~~1111 1111 1111~~<br>~~1111~~ 1111 | 20 |
| 12-16 | 1111 ~~1111~~ 11 | 12 |
| 16-20 | 111 | 3 |
| | | N= 60 |

## 3.குவிவு அலைவெண் பரவல் (அல்லது) ஒன்றுதிரண்ட அலைவெண் அட்டவணை

குவிவு அலைவெண் பரவல் என்பது முதல் வகுப்பு அலைவெண்னுடன் அடுத்தடுத்து வரும் வகுப்பு அலைவெண்களோடு கூட்டிகணக்கீடுவது ஆகும். இது ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுக்கு குறைந்த அல்லது அதிகமான உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை கண்டறியப் பயன்படுகிறது.

**எ.கா: 60 மீன் குஞ்சுகளின் எடை**

| **வகுப்பு மீன் குஞ்சுகளின் எடை** | **அலைவெண் (f)** | **குவிவுஅலைவெண்(cf)** |
|---|---|---|
| 0-4 | 8 | 8 |
| 4-8 | 10 | 18 |
| 8-12 | 25 | 43 |
| 12-16 | 12 | 55 |
| 16-20 | 5 | 60 |

# 8.புள்ளிவிவரங்களை விளக்கப்படங்கள் மூலம் பிரதிபலிப்பது

# (Disgramatic Representation of Data)

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களை , வரிசைபடுத்தி, அட்டவணை படுத்தியபின் அவற்றை , விளக்கப்படங்கள் அல்லது வரைபடங்கள் வரைந்து விளக்குவதை புள்ளிவிவரங்களை படங்கள்மூலம் பிரதிபலித்தல் என்கிறோம். இவ்வாறு புள்ளிவிவரங்களை எளிமையாக படங்கள் மூலம் பிரதிபலித்து கூறுவது புள்ளியியல் ஆய்வின் மூன்றாவது படிநிலை ஆகும்.

புள்ளிவிவரங்கள் ஒரு சாரசரி மனிதனுக்கு ஆர்வம் ஊட்டுவதாகவோ,புரியும்படியாகவோ எப்போது இருப்பதில்லை. எனவே அப்புள்ளிவிவரங்களை முழுழமயாக ஏற்றுகொள்ளும் வகையிலும் மேலும் ஆர்வத்தை தூண்டும் வகையிலும் உள்ளதாக அமைய அதனை ஒரு விளக்கபடம் மூலமே அல்லது ஒரு வரைபடம் மூலமோ விளக்குவது சிறந்தது ஆகும்.

## விளக்கபடங்கள் (Diagrams)

புள்ளியியல் ஆய்வுக்கேற்ப புள்ளிவிவரங்களை பலவகையான விளக்கபடங்கள் மூலம் பிரதிபலித்து கூறுவதை **விளக்கபடங்கள்** என்கிறோம்.

- விளக்கப்படங்கள் வெள்ளைதாளிழ் வரையப்படுகின்றன.
- இது பார்பவரை எளிதில் கவரும் வண்ணம் இருக்கும் : படிப்பறிவு இல்லாதவர்கள் கூட எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியும்.
- விவரங்களை தோராயமாக குறிப்பிடப்படும் விளக்கப்படங்கள் ஒர்பரிணாம படம் ஆகும். இதை மேலும் புள்ளியியல் ஆய்வுக்க உள்படுத்த முடியாது.

## விளக்கப்படங்களின் வகைகள் (Types of Diagram)

விளக்கப்படங்கள் பல வகைகளில் வரையப்படுகின்றன. அவற்றில் முக்கியமானதும், நடைமுறையில் அதிகம் பயன்படுத்துவதும்மான விளக்கப்படங்கள்.

1.வரி அல்லது கோடுவிளக்கப்படங்கள் (Line Diagram)

2.தூண் அல்லது பட்டை விளக்கப்படம். (Bar Diagram)

3.வட்ட விளக்கப்படம் (Pie Diagram)

4.உருவக அல்லது படவிளக்கப்படம் (Pictogram)

5.கார்ட்டூன் விளக்கப்படம் (Cartogram)

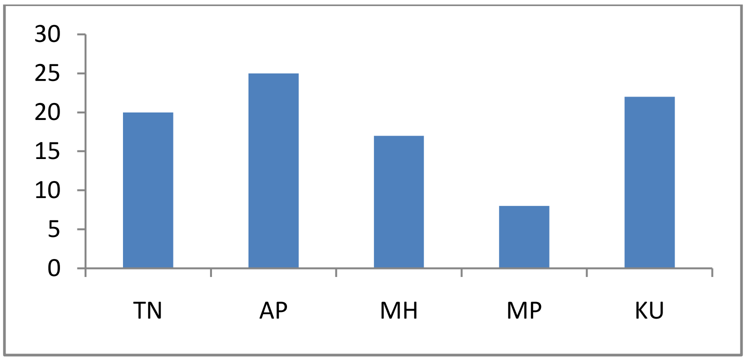
## 1.வரி அல்லது கோடுவிளக்கப்படங்கள் (Line Diagram)

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிரங்களை பாகுபடுத்தி, பட்டியலிட்டபின் அவற்றை நேர்கோடுகள் அல்லது வரிகள் மூலம் படம் வரைந்து பிரதிபலித்து காட்டுவது வரி அல்லது கோடு விளக்கப்படம் ஆகும்.

- இது மற்ற விளக்கப்படங்களைவ விட மிகவும் எளிமையானது.
- பொதுவாக வரி விளக்கப்படம் தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி அல்லது தனித்தொகுதி புள்ளிவிவரங்களுக்கு வரையப்படுகின்றன.
- வரி அல்லது கோடுகளின் நீளம் மற்றும் உயரம் மாறிகள் மதிப்புகளுக்கு ஏற்பவரைய வேண்டும்.
- இரண்டு வரிகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் சமமாக இருக்கவேண்டும்.
- வரிவிளக்கப்படங்கள் பார்பவர்களின் ஆர்வத்தை தூண்டும். வகையில் அமைவதில்லை எனவே இதற்கு புள்ளியியலில் முக்கியத்துவம் குறைவு.

**எ.கா:** இந்தியாவில் உள்ள சில மாநிலங்கள் 2014-2015ம் ஆண்டு பருத்தி உற்பத்தி.

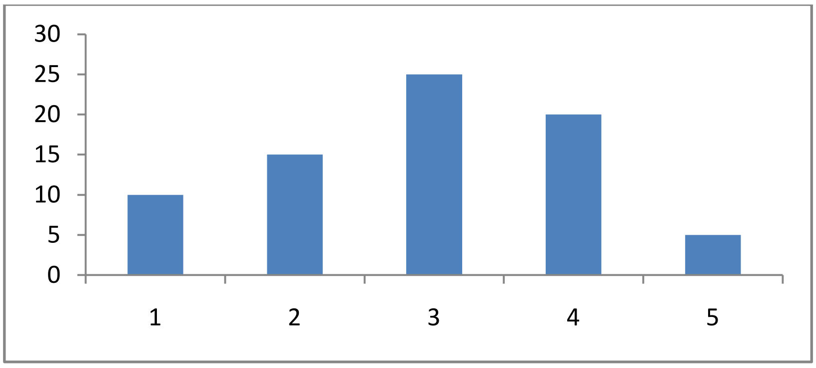
| **மாநிலம்** | **பருத்தி உற்பத்தி (டன்)** |
|---|---|
| தமிழ்நாடு | 20 |
| ஆந்திரா | 25 |
| மகாராஷ்டா | 17 |
| மத்திய பிரதேசம் | 8 |
| குஜராத் | 22 |



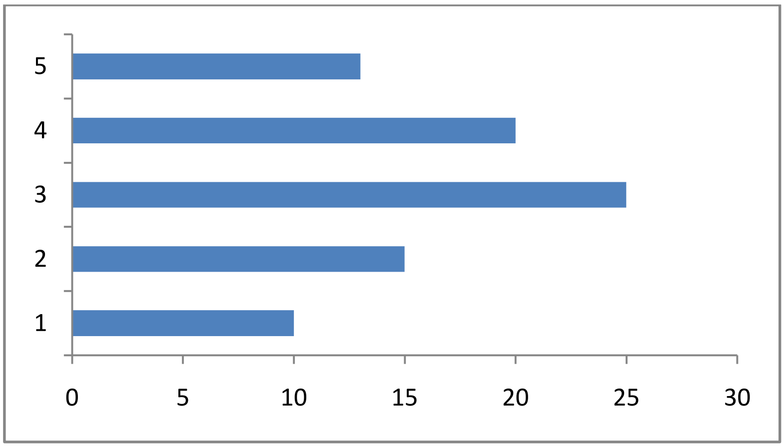

**1.1.வரி அல்லது கோடுவிளக்கப்படங்கள்**

## 2.தூண் அல்லது பட்டை விக்கப்படம். (Bar Diagram)

- தூண் விளக்கப்படம் சார்ட் பேப்பரில் வரையப்படும்.. ஒரு விளக்கப்படம் ஆகும்.
- வரைப்படத்தின் X-அச்சில் மாறிகளையும் Y-அச்சில் மாறியின் மதிப்புகளையும் குறிப்பிடவேண்டும்.X-அச்சில் குறிப்பிட்டுள்ள ஒவ்வொரு மாறிக்கும் அதன் மதிப்புக்கு ஏற்ப ஒரே அகலமுடைய செவ்வகங்கள் சமசதுர இடைவெளியில் வரைய வேண்டும்.செவ்வகங்கள் தூண் போன்று காணப்படுவதால் இது தூண் விளக்கப்படம் எனப்படும்.
- செவ்வகத்தின் உயரம் அந்தந்த மாறியின் மதிப்புக்கு ஏற்ப மாறுபடும்.
- எல்லா தூண்களும் பொதுவாக ஒரு அடிக்கோட்டிலிருந்து சமசுதுர இடைவெளியில் வரையபட வேண்டும்.
- பட்டைகள் உயரங்கள் மட்டுமே வைத்து மதிப்புகளை தீர்மானிப்பதால் இது ஒரு ஓர்பரிணாமம் விளக்கப்படம் ஆகும்.
- துண்விளக்கப்படம் செங்குத்தாகவோ அல்லது கிடைமட்டகவோ வரையலாம்.




**2.1செங்குத்து தூண் விளக்கபடம்**




**2.2.கிடைமட்ட தூண் விளக்கப்படம்**

## தூண் விளக்கப்படங்களின் வகைகள் (Types of bar diagram)

புள்ளிவிரங்களின் தன்மைகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு நான்கு வகையான தூண் விளக்கப்படங்கள் வரையபடுகின்றன.

**2.1.தனித்தூண் விளக்கப்படம். (Simple Bar diagram)**

**2.2.கூட்டுத்தூண் விளக்கப்படம். (Simple Bar diagram)**

**2.3.துணை அலகுகளாக பிரிக்கப்பட்ட தூண் விளக்கப்படம் (sub divided bar diagram)**

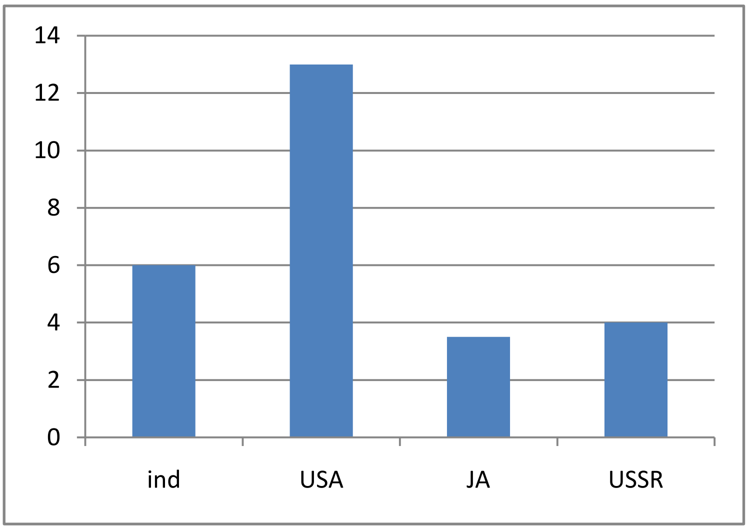
**2.4.சதவிகிதத்தூண் விளக்கப்படம். (Percentage Bar diagram)**

## 2.1.தனித்தூண் விளக்கப்படம். (Simple Bar diagram)

ஒரு மாதிரியின் பல மதிப்புகளுக்கு வரையப்படும் தனித்தனித்தூண் அல்லது பட்டைகளை, எளிமையான தூண் விளக்கப்படம் ஆகும். இதில் ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும் உரிய உயரத்தில் சமசதுர இடைவெளியில் தனித்தனியே பட்டைகள் அல்லது செவ்வகதூண்கள் வரையப்படும்.

**உதாரணமாக :** சில நாடுகளில் சர்க்கரை நோயாளிகளின் எண்ணிக்கை.

| **நாடு** | **சர்க்கரை நோயாளி எண்ணிக்கை மில்லியன்** |
|---|---|
| இந்தியா | 6 |
| USA | 13 |
| Japan | 3.5 |
| USSR | 4 |




மாதிரி

**2.1.தனித்தூண் விளக்கப்படம்.**

## 2.2.கூட்டுத்தூண் விளக்கப்படம் அல்லது குழுத்தூண் விளக்கப்படம் (Multible Bar Diagram)

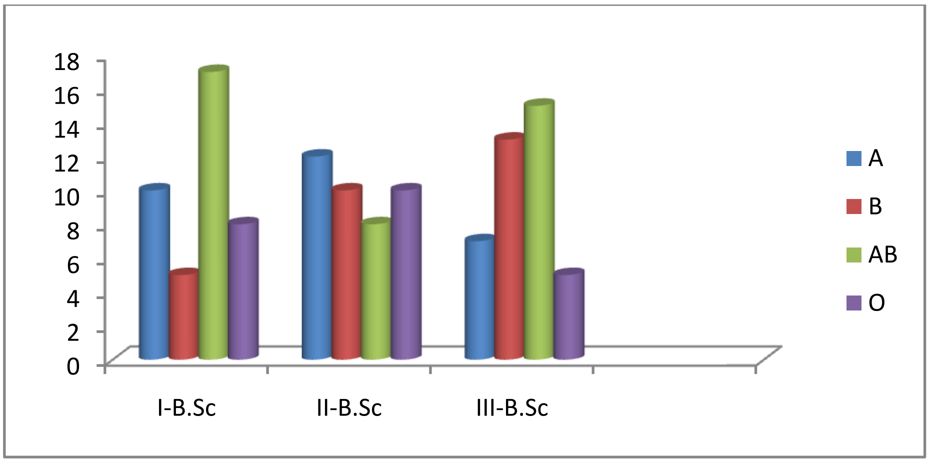
கூட்டுப்பட்டை அல்லது குழுமம் தூண் விளக்கப்படம் ஒரு மாறியின் அதனோடு தொடர்புடைய இரண்டு அல்லது அதற்க்கு மேற்பட்ட பண்புகளின் மதிப்புக்கு ஒருபட்டை வீதம் எத்தனை மதிப்புகள் உள்ளனவோ அத்தனை செவ்வகதூண்கள் சேர்ந்தாற்போல் அடுத்தடுத்து வரைவது ஆகும். இதில் பலசெவ்வகங்கள் இணைத்து காணப்படுவதால் இதை இணைப்பட்டை விளக்கப்படம் என்றும் கூறுவர்.

கூட்டுபட்டை விளக்கப்படம் ஒரு மாறியின் பல பண்புகள் கொண்ட புள்ளிவிவரங்களுக்க வரையப்படும். எல்லா பட்டைகளின் அகலம் ஓரே அளவாக இருக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு பட்டையின் உயரமும் அந்த மாறியின் பண்புகளின் மதிப்புக்கு ஏற்ப மாறுபடும்.

மாறிகளின் வேறுபட்ட பண்புகளுக்கு அடுத்தடுத்த பட்டைகள் சேர்ந்தார் போல் வரையும்போது, ஒவ்வொறு பண்பிற்கும் வேறுபாடு தெரிகின்ற அளவில் பட்டைகளை வெவ்வேறு நிறங்களிலோ அல்லது டிரசைகளிலோ வேறுபடுத்தி வரைய வேண்டும்.

**உதாரணமாக** : B.Sc., விலங்கியல் துறை மாணவர்களின் இரத்தவகை

| **இரத்த வகை** | **மாணவர்களின் எண்ணிக்கை** | | |
|---|---|---|---|
| | **வகுப்பு I-B.Sc** | **வகுப்பு II-B.Sc** | **வகுப்பு III-B.Sc** |
| A | 10 | 12 | 7 |
| B | 5 | 10 | 13 |
| AB | 17 | 8 | 15 |
| O | 8 | 10 | 5 |




**2.2.கூட்டுத்தூண் விளக்கப்படம் அல்லது குழுத்தூண் விளக்கப்படம்**

## 2.3.துணை அலகுகளாக பிரிக்கப்பட்ட தூண் விளக்கப்படம். (Subdivided (Or) Component Bar Diagram)

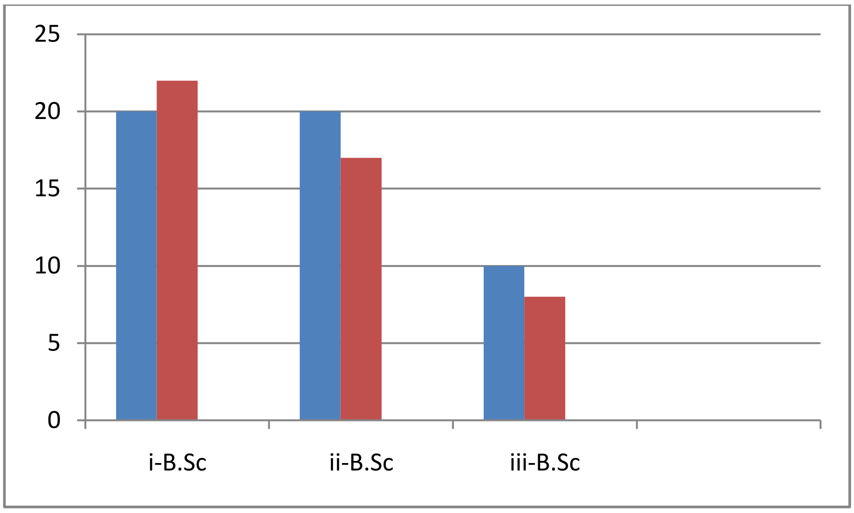
ஒரு மாறிகள் பல மதிப்புகளை ஓரே செவ்வகபட்டையில் பல பகுதிகளாக பரிந்து அல்லது கூறுபோட்டு விளக்குவது கூறுபட்டை விளக்கப்படம் எனப்படும்.

ஒரு மாறியின் மதிப்புகள் பல பகுதிகளாக பிரிகபட்டிருப்பின் அதற்குறிய பட்டை விளக்கப்படம் வரையும் போது எல்லா பகுதிகளின் மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகைக்கு ஏற்ப ஒரு செவ்வகபட்டை வரையப்பட்டு பின் ஒவ்வொரு பகுதியின் மதிப்புக்கு ஏற்ப அந்த செவ்வகபட்டையை பல கூறுகளாக பிரிக்கப்படுவது கூறுபட்டை அல்லது பல்அங்க பட்டை விளக்கப்படம் எனப்படும்.

ஒவ்வொருபிரிவும் வெவ்வேறு வண்ணங்கள் அல்லது டிசைகளில் வரைந்து வேறுபடுத்தி காட்டவேண்டும்.

**உதாரணமாக** : B.Sc., விலங்கியல் துறை மாணவ, மாணவிகளின் எண்ணிக்கையை குறிப்பிடும்போது.

| வகுப்பு | மாணவர்களின் எண்ணிக்கை | |
|---|---|---|
| | மாணவர்கள் | மாணவியர்கள் |
| I- B.Sc | 20 | 22 |
| II- B.Sc | 20 | 17 |
| III- B.Sc | 10 | 8 |

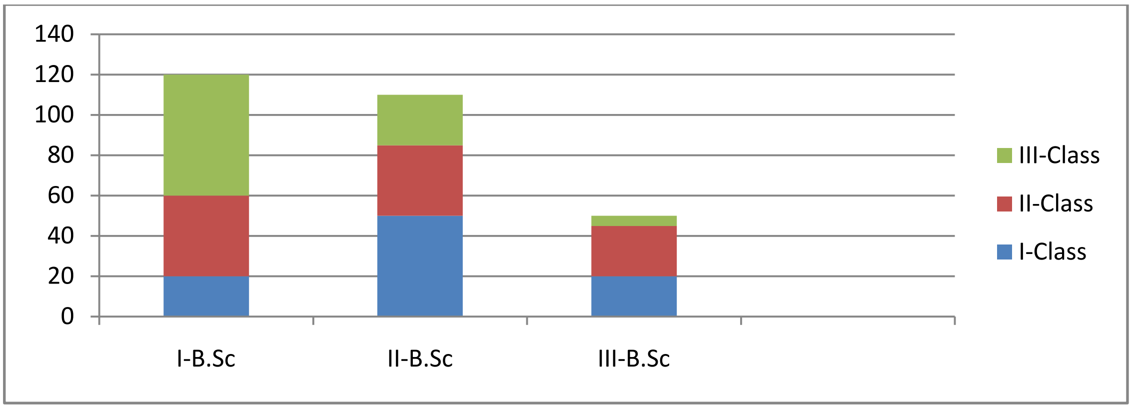



## 2.4.சதவிகிதத்தூண் விளக்கப்படம். (Percentage Bar Diagram)

புள்ளிவிவரங்களில் மாறிகளின் பண்புகளின் மதிப்புகள் சதவிகத்தில் தொடுக்கபட்டிருந்தால் எல்லா செவ்வகபட்டைகளையும் ஒரே உயரத்தில் வரைந்து பின் பண்புகளின் சதவிகிதத்தூண் விளக்கப்படம்.

**உதாரணமாக** : B.Sc., விலங்கியல் துறை மாணவர்களின் தேர்ச்சி விகிதம் கொடுக்கபட்டிருதால்.

| வகுப்பு | தேர்ச்சிபெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை(%) | | |
|---|---|---|---|
| | முதல் வகுப்பு(%) | இரண்டாம் வகுப்பு(%) | மூன்றாம் வகுப்பு (%) |
| I- B.Sc | 30 | 50 | 20 |
| II- B.Sc | 40 | 35 | 25 |
| III- B.Sc | 60 | 35 | 5 |




## 2.4.சதவிகிதத்தூண் விளக்கப்படம். (Percentage Bar Diagram)

மாறிகள் பண்புகளின் மதிப்புகள் புள்ளிவிவரத்தில் அளவுகளில் அல்லது எண்ணிக்கையில் கொடுக்கபட்டிருந்தால் அதற்கு சதவிகத விளக்கபடம் வரைய முதலில் அந்த மதிப்புகளை சதவிகதமாக மாற்ற வேண்டும். அதற்கு பின்வரும் சூத்திரத்தை பயன்படுத்த வேண்டும்.

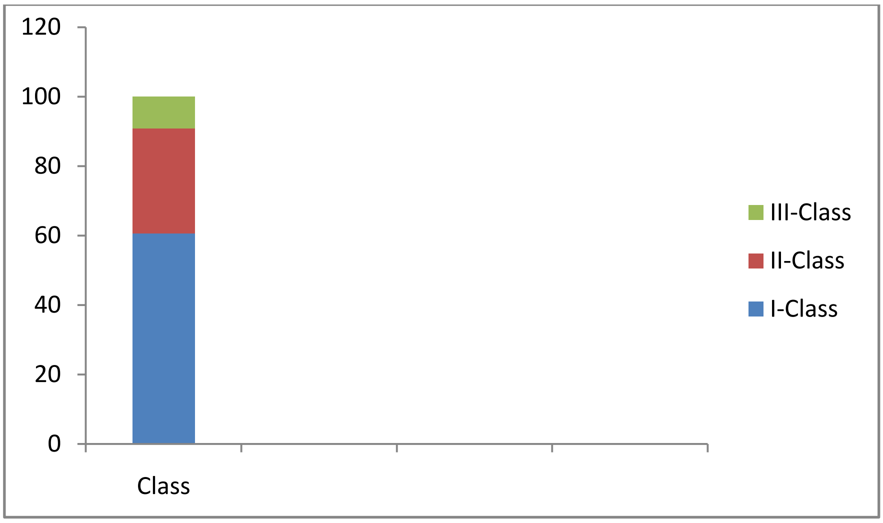
**அந்த பண்பின் தனி மதிப்பு / எல்லா பண்பின் மதிப்பகளின் கூடுதல் X 100**

**உதாரணமாக** : ஒரு வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்ற மாணவர்களில் 20 பேர் முதல் வகுப்பிலும், 10 பேர் இரண்டாம் வகுப்பிலும், 3 பேர் மூன்றாம் வகுப்பிலும் தேர்ச்சி பெற்றால் அதை சதவிகிதத்தில் மாற்றி அமைக்க

முதல்வகுப்பில் தேரியவர்கள் சதவிகிதம் = 20/33X100= 60.6%

இரண்டாம்வகுப்பில் தேரியவர்கள் சதவிகிதம் = 10/33X100= 30.3%

மூன்றாம்வகுப்பில் தேரியவர்கள் சதவிகிதம் = 3/33X100= 9.1%




## 3. வட்ட விளக்கப்படம் (Pie Diagram)

பல்வேறு பண்புகளை கொண்ட மாறியின் மதிப்புகளுக்கு வட்ட வடிவில் விளக்கப்படம் விரைந்து விளக்குவதை வட்ட விளக்கபடம் என்கிறோம்.

இதில் ஒவ்வொரு மதிப்பின் அளவுகள் கோண அளவில் வரைவதால் இதை ஆங்குலம் விளக்கப்படம் அல்லது கோண விளக்கப்படம் என்றும் அழைக்கபடுகிறது.

ஒரு வட்டம் தனது மையத்தில் கொண்டிருக்கும் கோணத்தில் அளவு $360^0$ ஆகும்.

பல்வேறு பண்புகளை கொண்ட மாறியின் மொத்த மதிப்பை $360^0$ க்கு சமமாக்கிக் கொண்டு, ஒவ்வொரு பண்பின் மதிப்பின் அளவை கோண அளவில் மாற்ற வேண்டும்.

இதற்கு பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்த படுகிறது.

**அந்த பண்பின் தனி மதிப்பு / எல்லா பண்பின் மதிப்பகளின் கூட்டுத்தொகை X 360**

எல்லா பண்பிண் கோண அளவு கண்டுபிடித்த பின்பு ஒரு வட்டம் வரைந்து, பாகைமானியின் உதவியுடன் ஒவ்வொரு பண்பின் மதிப்பின் கோண பகுதிகளாகப் பரிந்து பொள்ள வேண்டும்.

ஒவ்வொரு வட்டகோணப் பகுதியை வேறுபடுத்தும் வகையில் பல வண்ணங்களில் அல்லது டிசைன்களில் வரைய வேண்டும்.

ஒவ்வொரு வட்டகோணப் பகுதியை, அருகில் சிறிய அளவில் வரைந்து அது எந்த பண்பைகுறிக்கிறது எனது காட்டவேண்டும்.

**உதாரணமாக :** வளர்ப்பு மீன் குளத்தில் பிடிக்கப்பட்ட மீன்களில் எடை கிலோவின் கொடுக்கபட்டிருந்தால்.

| **மீன்** | **ஏடை(கிகி)** |
|---|---|
| கட்லா | 800 |
| ரோகு | 400 |
| மிரிகால் | 600 |
| திலே ஃபியா | 200 |

இதை கோண அளவில் மாற்ற

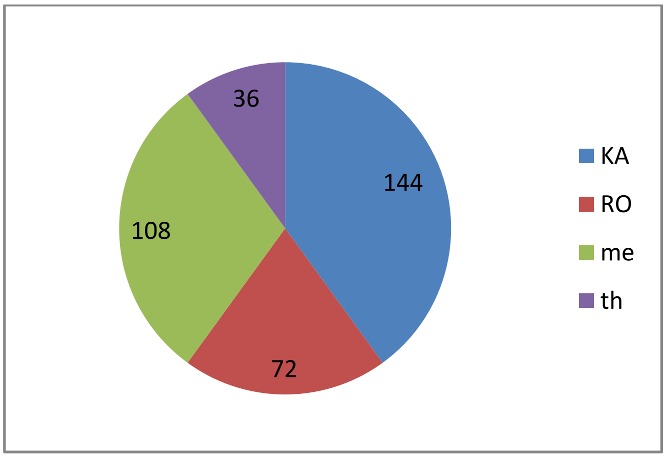
கட்லா : 800/2000x 360 = 144

ரோகு : 400/2000x360 = 72

மிரிகால் : 600/2000x360 = 108

திலே ஃபியா : 200/2000x 360 = 360

இம்மதிப்புகள் வட்டத்தின் 12 மணி என்ற அமைவில் இரந்து இடமிருந்து வலமாக இறங்கு வரிசைவாக்கில் குறிப்பிட வேண்டும்.




**வட்ட விளக்கப்படம்**

புள்ளிவிவரத்தில் மதிப்புகள் சதவிகத்தில் கொடுக்கப்படடிருந்தால் அதை கோண அளவுக்கு மாற்ற வேண்டும்.

வட்டம் = 100% =$360^0$

1%= 360/100=$3.6^0$

**உதாரணமாக** : குளத்தில் பிடிக்கப்பட்ட மீன்களில் 40% கட்லாவும், 30% ரோகுவும்,20%மிரிகாலும், 10%திலேஃபியாவும் என கொடுக்கப்பட்டால்

| மீன் | சதவிகிதம் | கோண அளவு |
|---|---|---|
| கட்லா | 40 | 40x3.6 = $144^0$ |
| ரோகு | 30 | 30x3.6=$108^0$ |
| மிரிகால் | 20 | 20x3.6=$72^0$ |
| திலேஃபியா | 10 | 10x3.6=$36^0$ |

கொடுக்கப்பட்ட சதவிகத்தை 3.6 ஆல் பொருக்கினால் கிடைப்பது அதன் கோண அளவு ஆகும். பின்னர் வட்டத்தை கோண அளவுக்கு ஏற்றவாறு பல வட்டகோணங்களாக வரைய வேண்டும்.

## 4. உருவக அல்லது படவிளக்கப்படம் (Pictogram)

கொடுக்கபட்டுள்ள புள்ளிவிவரங்களுக்கு மதிப்புகளின் விகிதம் அல்லது அளவுகளுக்கு ஏற்ப உருவப்படம் அந்த மாறியினை பிரதிபலிக்கம் வகையில் வரைந்து விளக்குவது உருவக விளக்கப்படம் அல்லது படவிளக்கபடம் எனப்படும்.

**உதாரணமாக:** தமிழ்நாட்டில் 2010 முதல் 2015ம் ஆண்டு வரை பால் உற்பத்தியை பால்கேன் உருவபடம் வரைந்துகாட்டுவது, மீன் உற்பத்தியை மீன் படம் வரைந்து விளக்குவது கார் உற்பத்தியை கார் படம் வரைந்து விளக்குவது ஆகும். உருவகவிளக்கப்படம் பெரும்பாலும் வாணிபம், மற்றும் பொருளாதார துறைகளில் பெரிதும் பயன்படுத்தபடுகின்றன.

| ஆண்டு | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| பால் உற்பத்தி(லிட்டர்) | 3000 | 3500 | 4500 | 6000 | 7000 | 10000 |

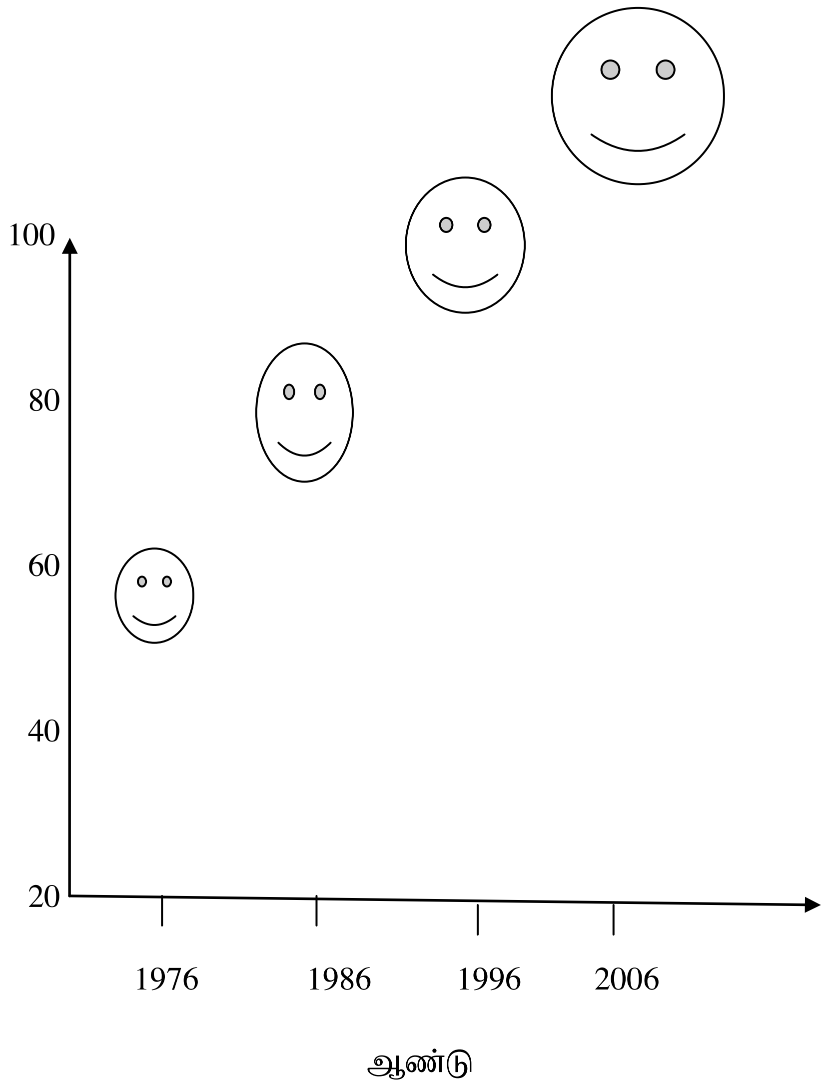

**உருவக அல்லது படவிளக்கப்படம்**

## 5. கார்ட்டூன் விளக்கப்படம் ( Cartogram)

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களில் உள்ள மாறிகளின் மதிப்பகளை அவற்றின் விகிதத்திற்கு ஏற்ப அல்லது அளவுக்கு ஏற்ப அம்மாறிகளை பிரதிபலிக்கும் வகையில் கார்ட்டூன் படம் அல்லது நிழல்கள் அல்லது புள்ளிகள் வரைந்து விளக்குவது கார்ட்டூன் விளக்கபடம் எனப்படும்.இவை பொதுவாக பத்திரிகைகளில் பெரிதும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

**உதாரணமாக:** இந்தியாவில் மக்கள்தொகை கணக்கு

| ஆண்டு | 1976 | 1986 | 1996 | 2006 |
|---|---|---|---|---|
| மக்கள்தொகை(மில்லியன்) | 60 | 70 | 86 | 98 |




## விளக்கபடங்களின் பயன்கள்

- புள்ளிவிவரங்களை விளக்கபடங்கள் மூலம் பிரதிபலிப்பதினால் இது எல்வேரரையும் கவரும்வண்ணம் அமைகிறது.
- படிப்பறிவு இல்லாதவர்களும் எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியும்.
- பார்தஉடனேயே மனதில் பதிந்துகொள்ள முடியும் படிக்கவேண்டியதுதில்லை.
- குறைந்த நேரத்தில்,இடத்தில் அதிக தகவல்களை தருகிறது.
- ஒன்றுடன் ஒன்று ஒப்பிட்டு பார்பது மிகவும் எளிது.
- சிக்கலான புரியாத புள்ளிவிவரங்களை எளிமையாக்குகிறது.

## விளக்கபடங்களின் குறைகாடுகள்

- விளக்கபடங்கள் உத்தேசமான மதிப்புகளையே தருகிறது.
- இது அட்டவணையில் உள்ளதை மட்டுமே விளக்குகிறது.
- இதை மேலும் பல புள்ளியியல் ஆய்வுக்கு உட்படுத்த முடியாது.
- அதிகபடியான தகவல்களை தெளிவாக விளக்கபடங்களில் கொடுக்க முடியாது.

## விளக்கபடங்கள் வரையும்போது கவனிக்க வேண்டியவை

- விளக்கபடங்களுக்கு தகுந்த தலைப்பு கொடுக்கவேண்டும்.
- மாறிகள் மதிப்புக்கு ஏற்ப ஒரேவகையான அளவுகளை பயன்படுத்த வேண்டும்.
- அளவுகள் சமமான இடைவெளியில் அமையவேண்டும்.
- புள்ளிவிவரங்களுக்கு தகுந்த விளக்கபடங்களை தேர்வு செய்ய வேண்டும்.
- விளக்கபடங்கள் ஒழுங்காக ,அகைாக, தெளிவாக வரையப்படவேண்டும்.
- படங்களின் அருகில் அடிக்குறிப்பு கொடுக்கவேண்டும்.
- படங்கள் எளிமையாக எல்லோராலும் புரியும் வகையில் அமைக்க வேண்டும்.

# 8.புள்ளிவிவரங்களை வரைபடம் மூலம் பிரதிபலித்தல் ( Graphic Representation of Data)

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களை வரைபடதாளிழ் வரைபடங்கள் வரைந்து விளக்குவதை **புள்ளிவிவரங்களை வரைபடங்கள் மூலம் பிரதிபலித்தல்** எனப்படும்.

பொதுவாக விளக்கபடங்கள் பார்பவர்களின் கவனத்தை உடனே ஈர்பதாக இருக்கும் ஆனால் தோராயமான விள்க்கத்தையே தருகிறது.

வரைபடங்கள் புள்ளிவிவரங்களை முற்றிலும் சரியாக தெளிவாக அப்படியே பிரதிபலிக்கும். விளக்கபடங்களைவிட வரைபடங்கள் வரைவது எளிது.புள்ளியியல ஆய்வுக்கு அதிகமாக பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

## வரைபடத்தின் வகைகள்

வரைபடங்கள் இரண்டு வகைப்படும் அவை

1.**கோடு வரைபடம் (Line graph)**

**2.அலைவெண்பரவல் வரைபடம் ( Frequency distribution graph)**

## 1.கோடு வரைபடம் (Line graph)

புள்ளிவிவரங்களை வரைபடதாளிழ் X-மற்றும் Y அச்சுகளின் பரப்பில நேர்கோடாகவோ அல்லது வளை கோடுகளாகவே வரைந்து விளக்குவது கோடு வரைபடம் எனப்படும்.

இது பொதுவாக காலத்தின் அடிப்படையில் சேகரிக்கும் தனித்த அல்லது தொடர்ச்சியற்ற புள்ளிவிவரங்களுக்கு வரையப்படுவதால் இதை காலத்தின் அடிப்படைவரைபடம் எனப்படும்.

**கோடுவரைபடம் நான்கு வகைப்படும் அவை**

1.1.ஒருமாறிகளுக்கான வரைபடம் (Graph of one variable)

1.2இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கான வரைபடம் (Graph of two or more variables)

1.3வீச்சு வரைபடம் (Range chart)

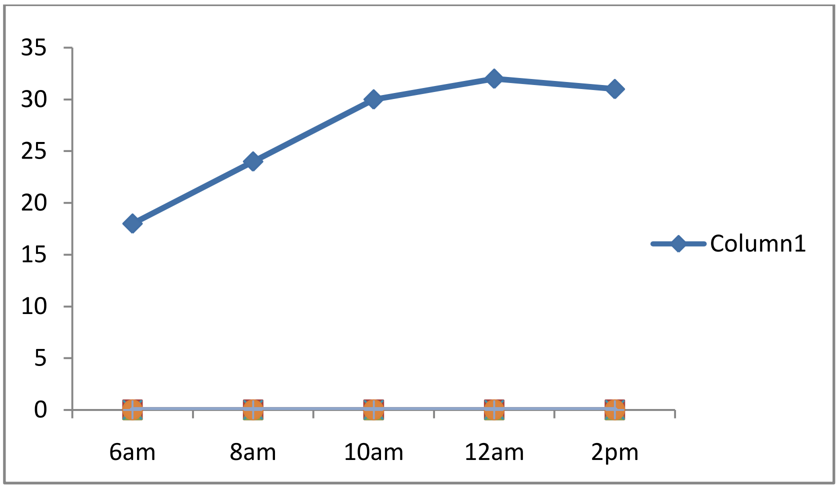
1.4கற்றை வரைபடம் (Band Graph)

## 1.1 ஒருமாறிகளுக்கான வரைபடம் (Graph of one variable)

ஒரு மாறியின் பல மதிப்புகளுக்கு வரையப்படும் வரைபடம் ஆகும்.

| நேரம் | 6am | 8am | 10am | 12am | 2pm | 4pm | 6pm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| வெப்பநிலை அளவு($_{0}$c) | 18 | 24 | 30 | 32 | 31 | 29 | 23 |

**உதாரணமாக :** இன்றைய வெப்பநிலை

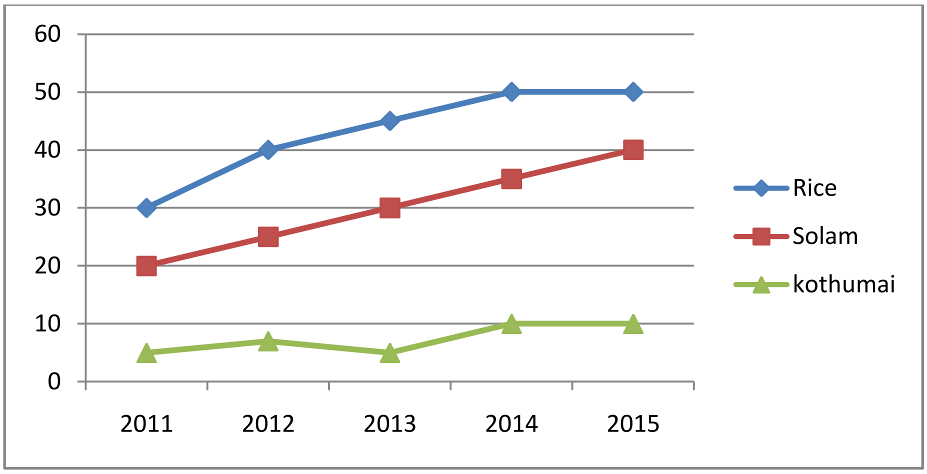



## 1.2.இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கான வரைபடம் (Graph of two or more variables)

இரண்டு அல்லதுஅதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளின் மதிப்புகளை கோடுகளாக வரைந்து ஒரே வரைபடத்தில் காட்டுவது ஆகும்.

**உதாரணமாக :** நெல், சோளம், கோதுமை உற்பத்தி அளவு

| ஆண்டு | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|---|---|---|---|---|---|
| நெல்(டன்) | 30 | 40 | 45 | 50 | 50 |
| சோளம்(டன்) | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
| கோதுமை(டன்) | 5 | 7 | 5 | 10 | 10 |

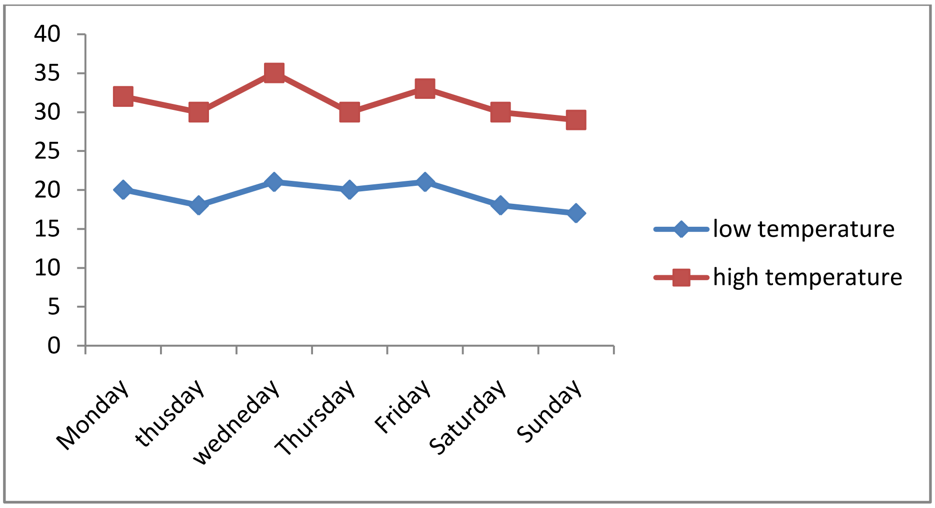



## 1.3. வீச்சு வரைபடம் (Range chart)

வீச்சு வரைபடம் பொதுவாக மாறிகளின் அதிகபடியான மற்றும் மிககுறைந்த மதிப்புகளை வேறுபடுத்திக் காட்டும் கோடு வரைபடம் ஆகும்.

**உதாராணமாக :** ஒரு வாரத்தின் நாள்களில் வெப்பநிலை எத்தனை $_{0}$**c** லிருந்து எத்தனை $_{0}$**c** வரை இருந்தது எனக் குறிப்பிட்டு காட்டுவது.

| **நாள்கள்** | **வெப்பநிலை $_{0}$c** | |
|---|---|---|
| | **குறைந்த அளவு** | **அதிகபச்ச அளவு** |
| திங்கள் | 20 | 32 |
| செவ்வாய் | 18 | 30 |
| புதன் | 21 | 35 |
| வியாழன் | 20 | 30 |
| வெள்ளி | 21 | 33 |
| சனி | 18 | 30 |
| ஞாயிறு | 17 | 29 |




## 1.4.கற்றை வரைபடம் (Band Graph)

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகள் மதிப்புகள் கொண்ட புள்ளி விவரங்களை குறிப்பிடும்போது ஒவ்வொரு மாறியின் மதிப்புகளை கற்றையாக அல்லது அடுக்குகளாக ஒன்றின் மீத ஒன்றாக பல வண்ணங்களில், நிழல்களாக அல்லது டிசைன்களில் வரைவது கற்றை அல்லது அடுக்கு வரைபடம் எனப்படும்.

**உதாராயமாக** : நெல், சோளம், கோதுமை குறிப்பிடும்போது

## 2.அலைவெண்பரவல் வரைபடம் ( Frequency distribution graph)

அலைவெண் பரவல் கொண்ட புள்ளிவிவரங்களை விவரிக்க பொதுவாக கீழ்காணும் நான்கு வரைபடங்கள் வரைப்படுகின்றன.

2.1.செவ்வக வரைபடம் (Histogram)

2.2.அலைவெண் பலகோணம் (Frequency Polygon)

2.3.அலைவெண் வளைகோடு (cumulative frequency curve)

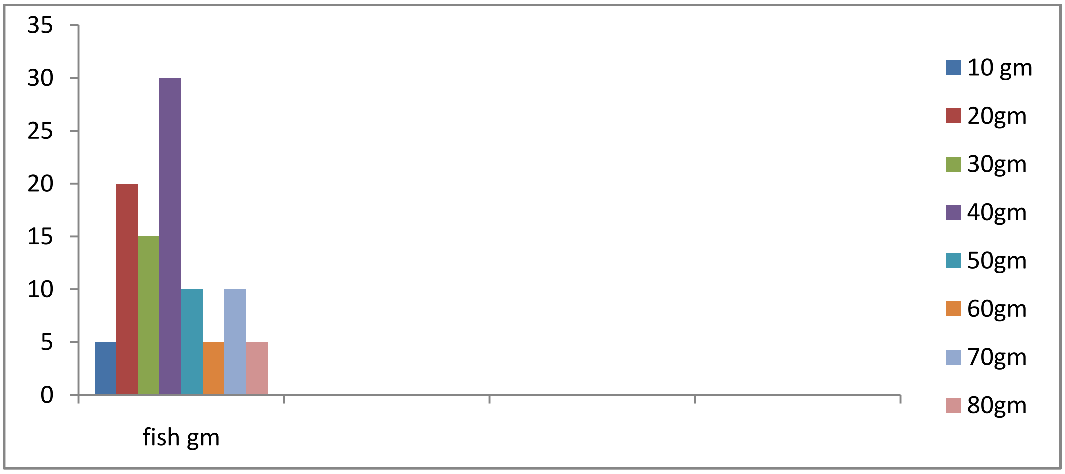
2.4.குவிவு அலைவெண் வளைகோடு அல்லது ஓகைவ் வளைகோடு.

## 2.1.செவ்வக வரைபடம் (Histogram)

- செவ்வக வரைபடம் தொடர்புள்ளி விவரங்களுக்கு வரைய கூடிய வரைபடம்.
- இது ஒரு இரு பரிமாண வரைபடம் ஆகும்.செவ்வக வரைபடம் பட்டை விளக்கபடம் போன்று இருக்கும்.ஆனால் ,செவ்வக வரைபடம் அலைவெண்பரவலை பயன்படுத்தி வரையப்படுகின்றன.
- அலைவெண் பரவலை விவரிக்க புள்ளியியல் வரைபடங்களில் அதிகம் பேசப்படுவதும் பலராலும் பயன்படுத்தப்படுவதும் செவ்வக வரைபடம்.
- X-அச்சில்பிரிவுகளை இடைவெளிகளை அகலமாகவும், அப்பிரிகளை அலைவெண்களை Y-அச்சில் நீளமாகவும் கொண்டு, ஒவ்வொரு பிரிகளுக்கும் செவ்வகங்கள் இடைவெளி இன்றி வரைய வேண்டும்.
- இச்செவ்வகங்களின் பரப்பு அந்தஅந்த அலைவெண்களுக்கு நேர்விகித்தில் இருக்கும்.

  **எ.கா:** ஒரு மீன்பண்ணையிலிருந்து வாங்கிய 100 மீன்குஞ்சுகளின் எடை கொடுக்கப்பட்டால்.

| மீன்குஞ்சுகளின் எடை(கி) | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| எண்ணிக்கை | 5 | 20 | 15 | 30 | 10 | 5 | 10 | 5 |



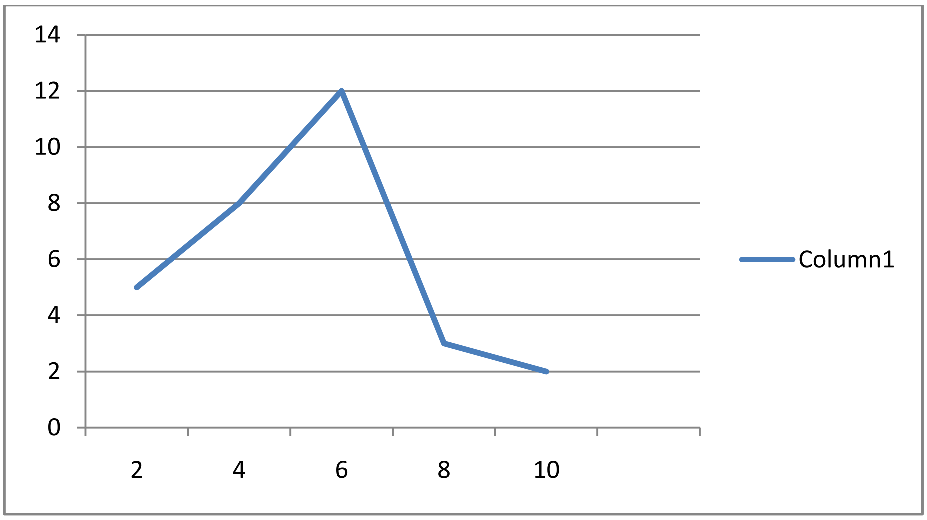
## 2.2.அலைவெண் பலகோணம் (Frequency Polygon)

கொடுக்கப்பட்ட அலைவெண்மதிப்புகளை அதற்குறிய பிரிவு இடைவெளிகளின் நடுப்புள்ளிகளில் குறித்து அப்புள்ளிகளை அளவுகோல் உதவியுடன் நேர்கோடுகளாக இணைப்பதினால் கிடைக்கும் வரைபடம் அலைவெண் பலகோணம் எனப்படும். இதற்க்கு முதலில் கொடுக்கப்பட்ட தொடர்தொகுதி புள்ளிவிவரத்தைதிற்கு செவ்வகவரைபடம் வரைய வேண்டும்.

பின்னர் செவ்வகப்படத்தின் ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் மேல்புறத்தின் நடுப்புள்ளிகளையும் நேர்கோடுகளாக இணைத்தால் கிடைப்பது அலைவெண் பல கோணமாகும்.

இதனை கீழ்வரும் எடுத்துக்காட்டு விளக்குகிறது.

| எலிகளின் காதுகளின் நீளம் | 2-2.2 | 2.2-2.4 | 2.4-2.6 | 2.6-2.8 | 2.8-3.0 |
|---|---|---|---|---|---|
| எலிகளின் எண்ணிக்கை | 5 | 8 | 12 | 3 | 2 |



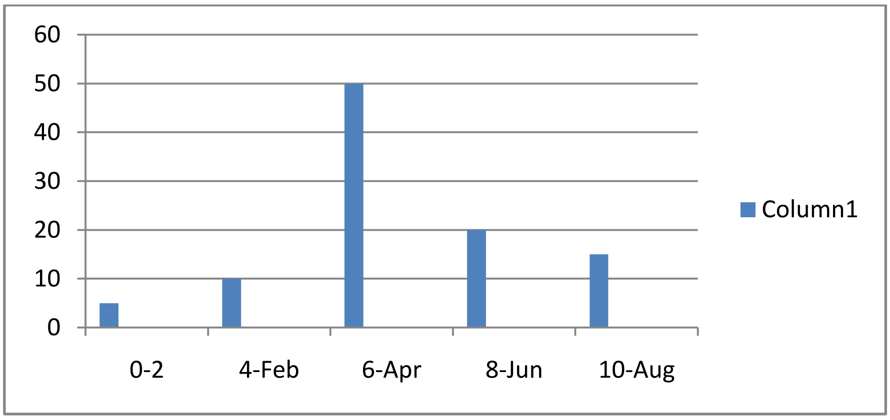
## 2.3.அலைவெண் வளைகோடு (cumulative frequency curve)

ஒவ்வொரு நடுமதிப்புகளுக்கும் உரிய அலைவெண் மதிப்புகளை வரைபடத்தில் புள்ளிகளாக குறிக்க வேண்டும். இப்படிகுறிக்கப்பட்ட எல்லா புள்ளிகயையும் அளவுகோலை பயன்படுத்தபமல் நமது கையால் இணைத்தால் கிடைக்கும் வளைகோடு அலைவெண் வளைகோடு எனப்படும்.

அலைவெண் வளைகோடு வரைவறற்கு செவ்வகபடம் வரையவேண்டியது இல்லை.

**எ.கா:** ஒரு மீன்பண்ணையிலிருந்து வாங்கிய 100 மீன்குஞ்சுகளின் எடை கொடுக்கப்பட்டால்.

| மீன்களின் எடை | 0-2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 |
|---|---|---|---|---|---|
| மீன்களின் எண்ணிக்கை | 5 | 10 | 50 | 20 | 15 |




## 2.4.குவிவு அலைவெண் வளைகோடு அல்லது ஓகைவ் வளைகோடு

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிவிவரங்களின் அலைவெண்களை ஒன்றுடன் ஒன்று கூட்டிகிடைப்பது குவிவு அலைவெண் எனப்படும். இதை ஓகைவ் என்னும் அறிமுகபடுத்தியதால் ஓகைவ் என அழைக்கபடுகிறது. இது

இருவகைப்படும் கீழின குவிவு அலைவெண் வளைகோடு மற்றும் மேலின் குவிவு அலைவெண் வளைகோடு எனப்படும்.

## கீழின குவிவு அலைவெண் வளைகோடு

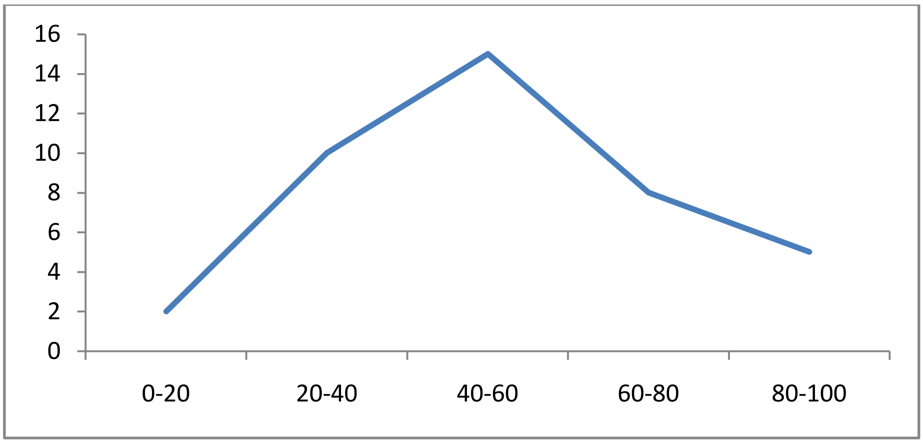
கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிவிவரங்களின் பிரிவுகளின் கீழ்எல்லைகளை X- அச்சிலும், அதற்குறிய குவி அலைவெண்களை Y- அச்சியிலும் குறித்து கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு கீழ் எல்லைகளுக்குரிய குவிவு அலைவெண்னை வரைபடத்தில் புள்ளிகளாகக் குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். அப்புள்ளிகள் அனைத்தையும் இணைக்கும் போது கிடைக்கும் வளைகோடு கீழின குவிவு அலைவெண் வளைகோடு எனப்படும். இக்கோடு வரைபடத்தின் இடதுபக்கத்தின் அடிபகுதியில் இருந்து வலது பக்கத்தின் மேல்பகுதி நோக்கி செல்லும்.

**உதாரணமாக :** ஒரு வகுப்பில் உள்ள 40 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் கொடுக்கப்பட்டால் அதை கீழ்கண்டவாறு வரையலாம்.

முதலில் அந்த அந்த பிரிவுகளுக்கு உரிய குவிவு அலைவெண் கண்டு பிடிக்க வேண்டும்.

| மதிப்பெண் பிரிவு | 0-20 | 20-40 | 40-60 | 60-80 | 80-100 |
|---|---|---|---|---|---|
| அலைவெண் மதிப்பெண் எண்ணிக்கை | 2 | 10 | 15 | 8 | 5 |

| **பிரிவு** | **அலைவெண்** | **குவிவு அலைவெண்** |
|---|---|---|
| 0-20 | 2 | 2 |
| 20-40 | 10 | 12 |
| 40-60 | 15 | 27 |
| 60-80 | 8 | 35 |
| 80-100 | 5 | 40 |




**கீழ்ன குவிவு அலைவெண் வளைகோடு**

## மேலினகுவிவு அலைவெண் வளைகோடு

மேலின குவிவு அலைவெண் கண்டுபிடிக்க மொத்த அலைவெண்களில் ஒவ்வென்றாக கழித்து வருவது ஆகும்.

X- அச்சில் பிரிவுகளின் மேல் எல்லையையும், Y- அச்சில் குவிவு அலைவெண்களையும் குறிப்பிடவேண்டும். பின்ன அந்தந்த பிரிவுக்கு உள்ள குவிவு அலைவெண்களை புள்ளிகளாக குறிக்க வேண்டும். பின்னர் எல்லாப்புள்ளிகளையும் இணைக்க வேண்டும். இக்கோடு வரைபடத்தின் இடதுபுறத்தின் மேல் எல்லையிருந்து ஆரம்பித்து வலதுபுறம் கீழ் பகுதியை நோக்கி செல்லும்.

ஏதோனும் குவிவு அலைவெண் வளைகோட்டின் உதவியோடு நாம் இடைநிலையை கணக்கிடமுடியும். Y- அச்சின் n/2 என்ற புள்ளியிலிருந்து, X- அச்சுக்கு இணையாக ஒர கோடு வரைய வேண்டும்.அது குவிவு அலைவெண் வளைகோட்டை வெட்டும் புள்ளியிருந்து X- அச்சுக்கு ஒரு செங்குத்து கோடு வரைய வேண்டும். அச்செங்குத்துக்கோடு X- அச்சை வெட்டும் புள்ளியே இடைநிலை ஆகும்.

ஒரு வரைவடத்தின் இரண்டு குவிவு அலைவெண் வளைகோட்டினை வரைந்தால்.இது ஒவ்வை ஆகும். அவ்விருவளைகோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளியிலிருந்து X- அச்சுக்கு செங்குத்து கோடு வரையவேண்டும். அக்கோடு X- அச்சில் வெட்டும் புள்ளியே இடைநிலை ஆகும்.

**விளக்கபடத்திற்கும், வரைபடத்துக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடுகளை கூறு**

| வ.எண் | விளக்கப்படம் | வ.எண் | வரைபடம் |
|---|---|---|---|
| 1. | விளக்கப்படங்கள் வெள்ளைத்தாளில் வரையப்படும். | 1 | வரைபடங்களை வரைபடாள் வரையப்படும். |
| 2 | பார்வையாளர்களை எளிதில் கவரும் வண்ணம் இருக்கும் | 2 | பார்வையாளர்களை எளிதில்கவர்வதில்லை |
| 3 | தனித்தெகுதி மற்றும் தொடர்சியற்ற தொடர் தொகுதிகளுக்க வரைலாம் | 3 | தொடர் தொகுதிகளுக்கு மடடும் வரைப்படும். |
| 4 | வரைவது கடிணம் | 4 | வரைவது எளிது |
| 5 | பொதுப்படையாக, தோராயமானவையாகவும் இருக்கும். | 5 | மிக துல்லியமானவையாகவும் தெளிவாகவும் இருக்கும். |
| 6 | மேலும் ஆராச்சிக்கு உள்படாது. | 6 | மேலும் ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்படும். |
| 7 | ஒரு பரிணாம படம் | 7 | இது ஈர்பரிணாம படம் |

**பட்டைவிளக்கப் படத்திற்கும், செவ்வகப் படத்திற்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு.**

| **வ.எண்** | **பட்டைவிளக்கப் படம்** | **வ.எண்** | **செவ்வகப் படம்** |
|---|---|---|---|
| 1. | வெள்ளைதாளில் வரையப்படும் | 1 | வரைபடதாளில் வரையப்படும். |
| 2 | தனித்தொகுதி வரையப்படும் | 2 | இது தொடர் தொகுதி வரையப்படும் |
| 3 | பட்டையின,உயரம் மட்டுமே பார்க்கப்படும் | 3 | செவ்வகங்களின் நீளம் அகலம் இரண்டும் பார்க்கபடும். |
| 4 | ஓவ்வொறு கட்டைக்கும் இடையில் சமமான இடைவெளி காணப்படும். | 4 | செவ்வகங்கள் இடைவெளியின்றி தொடர்சியாக வரையப்படும். |
| 5 | பட்டைவிளக்கபடம், தனிப்படை, கூட்டுப்பட்டை, பிரிவுபட்டை, சதவிகிதப்பட்டை என 4 வரைப்படும். | 5 | செவ்வக வரைபடத்தில் வகைகள் கிடையாது. |
| 6 | இது ஒரு விளக்கப்படம் | 6 | இது ஒரு வரைபடம் |

# அலகு-2

## மையநிலைப் போக்கு அளவைகள்

## ( Measures of central tendency)

புள்ளியியல் ஆய்வின் முக்கிய நோக்கம் ஏராளமான புள்ளிவிவரங்களைக் கொண்ட ஒரு தொகுதியின் உட்கருத்தை அளந்து கூறத்தக்க ஒரு தனிமதிப்பைக் கண்டுபிடிப்பது ஆகும்.

இவ்வாறு ஒருதொகுதியின் மையக்கருத்தினை அல்லது மையநிலைப்போக்கினை அளந்து கூறத்தக்க ஓர் அனவை மையநிலைப்போக்கு அளவைகள் அல்லது **சராசரி (Average)** எனப்படும்.

மையநியைப்போக்கு அளவு அல்லது சராசரி ஒரு முழுதொகுதியின் இயல்பினை பிரதிபலிக்க கூடிய ஒரு அளவு ஆகும். அது அத்தொகுதியின் மிகப்பெரிய மதிப்புகளுக்கும்.,மிகசிறிய மதிப்புகளுக்கும் இடைப்பட்டு அமைற்திருக்கும் எனவே அது சராசரி எனப்படும். ஒரு தொகுதியில் உள்ள மதிப்புக்கள் அதன் சராசரியை சூழ்ந்தவாறு அமைந்திருக்கும்

கீழ்காணும் முறைகளின் மூலம் மையநிலைப்போக்கு அளவை கணக்கிடலாம்.

**1.கூட்டுசராசரி (Arithmetic Mean)**

**2.பெருக்கல் சராசரி (Geomentrical mean)**

**3.இசை சராசரி (Hormonic mean)**

**4.இடைநிலை (Median)**

**5.முகடு (Mode)**

இங்கு கூட்டுசராசரி, இடைநிலை,முகடு ஆகியன பற்றி படிப்போம்.

# 1.கூட்டுசராசரி (Arithmetic Mean)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் எல்லா மதிப்புகளையும் கூட்டி அதை விவரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் கிடைப்பது **கூட்டு சாரசரி (Arithmetic Mean)** எனப்படும்.

- இது பரவலாக எல்லோராலும் பயன்படுத்தகூடிய சாாசரி ஆகும்.
- இதனை $\bar{X}$ என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.
- இந்த மதிப்பு தோராயமாக அத்தொகுதியின் மையத்தில் அமைந்திருக்கும்.
- கூட்டுசராசரியைக் கண்டுபிடிக்கப் பயன்படும் சூத்திரங்கள் புள்ளியியல் தொகுதியின் தன்மைக்க ஏற்ப வேறுபடும்.

கூட்டுசராசரியை இருமுறைகளில் கணக்கிடலாம் நேரடிமுறை மற்றும் மறைமுகமுறை அல்லது யூககூட்டுசராசரி முறை.

## 1.1.தனித்தொகுதியின் (individual series) கூட்டுசராசரியை கணக்கிட:

### 1.1.1.நோடிமுறை (Direct method)

**சூத்திரம்** $\mathbf{X} : \sum x/N$

இதில் $\bar{X}$ என்பது சாரசரி.

**X-** என்பது மாறியின் மதிப்பு

$\sum$**x-** என்பது எல்லா மதிப்புகளின் கூடுதல்

**N-** என்பது மொத்த மாறிகளின் எண்ணிக்கை.

**உதாரணமாக** : 10 மீன்களின் நீளம் தரபட்டுள்ளன அவற்றின் கூட்டுசராசரியை கணக்கிடுக.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **மீனின் நீளம்** | 2 | 4 | 4 | 6 | 6 | 6 | 7 | 8 | 8 | 10 |

கொடுக்கப்பட்டுள்ள மீனின் நீளத்தை **X** ன் மதிப்புகளாக கொள்வோம் ($X_1$=2, $X_2$=4, $X_3$=4, $X_4$=6………….. $X_{10}$=10)

எல்லா மதிப்புகளையும் கூட்டினால் கிடைப்பது $\sum$**x** ஆகும்.

$2 + 4 + 4 + 6 + 6 + 6 + 7 + 8 + 8 + 10 = 61$

$\sum$**x** ன் மதிப்பை (61) மொத்த **X**ன் எண்ணிக்கை(N) ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

**$\sum$x/N= 61/10= 6.1**

**மீன்களின் சாரசரி நீளம் 6.1cm ஆகும்.**

## 1.1.2.மறைமுக முறை(Indirect method)

**சூத்திரம்** : $\mathbf{X} = \boldsymbol{A} + \sum \boldsymbol{d}/\boldsymbol{N}$

**X=** கூட்டுசராசரி

A= யூகக் கூட்டுசராசரி

d= யூகச் கூட்டுசராசரியிலிருந்து X ன் விலக்கம்

$\sum$d= விலக்கத்தின் கூட்டுத்தொகை

N= மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள Xன் மதிப்புகளில் ஏதோனும் ஒரு மதிப்பை சராசரி என யூகித்து தேர்ந்து எடுக்கவும்.

**உதாரணமாக** : 7யை தேர்வு செய்வோம் A=7

இரண்டாவதாக d காணவேண்டும்.இதற்கு Xன் மதிப்பிலிருந்து A யின் மதிப்பைகாண வேண்டும்.

d யின் மதிப்பை கூட்டி $\sum$d காண வேண்டும்.

$\sum d$ ன் மதிப்பை மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையால் வகுக்க வேண்டும்.

| s.no | x | d | $\sum d$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 2-7=-5 | -5 |
| 2 | 4 | 4-7=-3 | -3 |
| 3 | 4 | 4-7=-3 | -3 |
| 4 | 6 | 6-7=-1 | -1 |
| 5 | 6 | 6-7=-1 | -1 |
| 6 | 6 | 6-7=-1 | -1 |
| 7 | 7 | 7-7=7 | 0 |
| 8 | 8 | 8-7=1 | 1 |
| 9 | 8 | 8-7=1 | 1 |
| 10 | 10 | 10-7=3 | 3 |
| | | | $\sum d$= -9 |

**சூத்திரம் : $\mathbf{X} = \boldsymbol{A} + \sum \boldsymbol{d}/\boldsymbol{N}$**

**= 7+(-9/10)**

**= 7+ (-0.9)**

**கூட்டுசராசரி = 6.1 cm**

**குறிப்பு** : d யின் மதிப்பை கூட்டும் போது + அடையாதை தனியாக கூட்டவேண்டும். – அடையாதை தனியாக கூட்ட வேண்டும். பின் பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய உண்ணெய் கழித்து பெரிய எண்ணின் அடையாளம் யிட வேண்டும்.

## 1.2.தொடர்சியற்ற தொகுதியின் கூட்டுசாரசரியை கண்டுபிடிக்க

**நேரடிமுறை :**

**சூத்திரம் $\bar{X} = \sum fx/N$**

இதில் $\bar{X}$ என்பது சாரசரி.

**X-** என்பது மாறியின் மதிப்பு

**f-** என்பது அலைவெண்கள்

**$\sum$fx-** என்பது மாறியின் மதிப்புடன் அதன் அலைவெண்களை பெருக்கி கிடைப்பதன் கூடுதல்

**N-** என்பது அலைவெண்களின் கூடுதல்.

**உதாரணமாக** : 40 இலைகளின் நீளம் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் அதன் கூட்டு சாாசரியை காண.

| S.No | X இலைகளின்நீளம்(cm) | f அலைவெண் | fx |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 6 |
| 2 | 5 | 7 | 35 |
| 3 | 7 | 10 | 70 |
| 4 | 10 | 15 | 150 |
| 5 | 12 | 5 | 60 |
| 6 | 15 | 1 | 15 |
| | | **$\sum$f=40** | **$\sum$fx=336** |

முதலின் **fx-** காண வேண்டும், **fx-** காண X-ன் மதிப்புகளை அதற்குறிய (f) அலைவெண்களுடன் பொருக்க வேண்டும்.(f*x=fx) ,இரண்டாவதாக **∑fx-** கான **fx-** ன் மதிப்புகளையும் கூட்ட வேண்டும். **(∑fx=336).** பின்னர் **(∑fx=336)** ன் மதிப்பை , N-ஆல் வகுக்கவேண்டும்.

$$\sum fx/N = 336/40 = 8.4$$

**இலைகளின் சராசரி நீளம் 8.4cm ஆகும்.**

**மறைமுக முறை**

**சூத்திரம் : A+ ∑fd/N**

**X=** கூட்டுசராசரி

A= யூகக் கூட்டுசராசரி

f= அலைவெண்

d = விலக்கம் (X-A)

∑ = கூட்டுதொகை

N= அலைவெண்களின் கூட்டுதொகை

முதலில் ஏதோனும் ஒரு X-ன் மதிப்பை A என யூகித்து எடுக்கவேண்டும்.

உதாரணமாக = 10

d= யின் மதிப்பு காண வேண்டும் d=X-A

fd கான d யின் மதிப்பை அதற்கான f ன் மதிப்புடன் பெருக்க வேண்டும்.

**∑fd** கான, **fd** மதிப்புகளை கூட்டவேண்டும்.

சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி சராசரியை காண வேண்டும்.

| s.no | X | f | (X-A)d | fd |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 3-10= -7 | -14 |
| 2 | 5 | 7 | 5-10=-5 | -35 |
| 3 | 7 | 10 | 7-10=-3 | -30 |
| 4 | 10 | 15 | 10-10=0 | 0 |
| 5 | 12 | 5 | 12-10=2 | 10 |
| 6 | 15 | 1 | 15-10=5 | 5 |
| | | N=40 | | -79=15=-64 |

A= 10, ∑fd= -64**,** N=40

**சூத்திரம் = A+ ∑fd/N**

= 10+ (-64/40)

=10+ (-1.6)

= 8.4

**இலைகளின் சராசரி நீளம் : 8.4 செ.மீ**

## 1.3.தொடர்தொகுதியின் கூட்டுசாரசரி கண்டுபிடிக்க

**சூத்திரம் : X : ∑fxm/N**

X= கூட்டுசராசரி

f= அலைவெண்

N= அலைவெண்களின் கூடுதல்

**Xm=** என்பது பிரிவுகளின் நடுப்புள்ளி

**உதாரணமாக** : ஒரு குளத்தில் சேகரிக்கபட்ட 60 நன்னீர்மட்டிகள் ஓடுகளின் நீளம் கொடுக்கப்பட்டால் அதன் கூட்டுசராசரிகாண்க.

| பிரிவு | f | Xm | fxm |
|---|---|---|---|
| 4-6 | 4 | 5 | 20 |
| 6-8 | 10 | 7 | 70 |
| 8-10 | 30 | 9 | 270 |
| 10-12 | 10 | 11 | 110 |
| 12-14 | 6 | 13 | 78 |
| | **N: 60** | | **∑fxm=548** |

முதலில் பிரிவுகளின் மையபுள்ளி காணவேண்டும். அதற்க்க ஒவ்வொறு பிரிவின் கீழ்எல்லையுடன் மேல் எல்லையை கூட்டி 2 அல் வகுக்க வேண்டும்.

**LL+Ul/2=4+6/2=10/2=5**

உதாரணமாக முதல்பிரிவின் நடுப்புள்ளி

ஒவ்வொரு பிரிவின் நடுப்புள்ளியை அதன்னுடை பிரிவு அலைவெண்களுடன் பெருக்கினால் **fxm** கிடைக்கும். எல்லா fxm மதிப்புகளையும் கூட்டினால் **∑fxm** கிடைக்கும். **(548)** **∑fxm** ன் மதிப்பை **548** அலைவெண்களின் கூட்டுதலால் **60** வகுத்தல் கிடைப்பது கூட்டுசராசரி ஆகும்.

**X=∑Fxm/N =548/60=9.1**

**நன்னீர் மட்டிகளின் ஓடுகளின் சராசரி நீளம் : 9.1 cm**

**மறைமுக முறை**

**சூத்திரம் : A+ ∑fd/N**

X= கூட்டுசராசரி

A= யூகித்து கொண்ட சராசரி

f= அலைவெண்

N= அலைவெண்களின் கூடுதல்

d = விலக்கம்

N= அலைவெண்களின் கூடுதல்

முதல் வகுப்பின் கீழ் எல்லைக்கும் கடைசி வகுப்பின் மேல் எல்லைக்கும் இடையில் ஏதோனும் ஒரு மதிப்பை யூகித்து பொண்ட கூட்டுசராசரியாக கொள்க.

எ.கா : A=10

ஒவ்வொரு வகுப்பிற்கும் நடுப்புள்ளியை காண வேண்டும். இது Xm ஆகும்.

முதல் வகுப்பு = UL+LL/2 = 6+4/2 = 10/2 =5

ஒவ்வொரு பிரிவின் நடுப்புள்ளிலிருந்து A யின் மதிப்பை கழித்தால் விலக்கம் D கிடைக்கும்.

D= (Xm-A) = 4-10=-6

ஒவ்வொருபிரிவின் விலக்கத்தை அதனுடைய அலைவெண்ணுடன் பெருக்கினால் கிடைப்பது fd ஆகும்.

-6x4=-24

எல்லா fd மதிப்புகளையும் கூட்டினால் கிடைப்பது $\sum$**fd** ஆகும்.

சூத்திரத்தை பயன் படுத்துவும்.

| s.no | வகுப்பு | f | Xm | D=(Xm-A) | fd |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4-6 | 4 | 5 | 5-10=-5 | -20 |
| 2 | 6-8 | 10 | 7 | 7-10=-3 | -30 |
| 3 | 8-10 | 30 | 9 | 9-10=-1 | -30 |
| 4 | 10-12 | 10 | 11 | 11-10=1 | 10 |
| 5 | 12-14 | 6 | 13 | 13-10=3 | 18 |
| | | N=60 | | | fd = -62 |

**சூத்திரம் : A+ ∑fd/N**

: 10+(-62/60)

: 10+(-1.03)

: 9.07

: 9.1

நன்னீர் மட்டிணின் ஓடுகளின் நீளத்தின் சராசரி = 9.1 செ.மீ

## 3.இடைநிலை (Median)

ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் அமைக்கப்பட்ட ஒரு தொகுதியின் மையத்தில் அமையப் பெற்ற மதிப்பு **இடைநிலை** ஆகும். இடைநிலை Md என்ற குறியீட்டால் குறிப்பிடப்படுகிறது.

எந்த ஒரு மதிப்பு ஒரு புள்ளிவிரத்தை இருசம பரிவுகளாக பரிக்கிறதோ அந்த மதிப்பு இடைநிலை எனப்படும்.

இடைநிலை ஒரு தொகுதியை இருசமபாகமாப் பிரிக்கும் இடைநிலையின் வலதுபுரம் 5 உறுப்புகள் இருந்தால் இடதுபுறமும் 5 உறுப்புகள் இருக்கும்.

ஆனால் ஒருபுறம் உள்ள உறுப்புகளின் மதிப்புகள் இடைநிலையின் மதிப்பைவிடக் குறைவாகவும், மறுபுறம் உள்ள உறுப்புகளின் மதிப்புகள் இடைநிலையின் மதிப்புகளை விட அதிகமாகலும் இருக்கும்.

## 2.1.தனித்தொகுதியில் இடைநிலையை கணக்கிட

**சூத்திரம் இடைநிலை : n+1/2**

வது உறுப்பின் மதிப்பு N= மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

இதில் கவனிக்க வேண்டியது, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்கள் முதலில் ஏறுவரிசையில் எழுதவேண்டும். மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை இரட்டை எண்ணாக இருந்தால் மதிப்பு Fraction லில் வரும் (3.5,4.5….) அப்போது 3.5 எனில் 3-வது மதிப்பையும்,4-வது மதிப்பையும் கூட்டி இரண்டால் வகுத்து வரும் மதிப்பை எழுத வேண்டும்.

**உதாரணமாக** : 7 மாணவர்களின் உயரம் 140,151,145,160,155,150,165 எனில்

முதலில் ஏறுவரிசையில் எழுத வேண்டும்.

140,145,150,151,155,160,165

**n+1/2**

7+1/2

8/2= **4**

**4 வது உறுப்பின் மதிப்பு 151 எனவே**

**இடைநிலை : 151**

**உதாரணமாக** : 2: 6 மாணவர்களின் உயரம் கொடுக்கபட்டிருந்தால்

140,145,150,151,155,160

**n+1/2**

**6+1/2**

**7/2=3.5** வது மதிப்பு

இங்கு 3 வது உறுப்பு 150 யும், 4வது எறுப்பு 151 யும் கூட்டி 2 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

150+151/2 = 301/2= 150.5

**இடைநிலை = 150.5**

## 2.2.தொடர்சியற்ற தொகுதியில் இடைநிலை கணக்கிட

**சூத்திரம் இடைநிலை : n+1/2** **வது உறுப்பின் மதிப்பு**

ஒரு வீட்டில் வளர்க்கும் 25 கோழிகளில் முட்டையிடும் சராசரி விகிதம்.

| முட்டை எண்ணிக்கை | கோழி | Cf |
|---|---|---|
| 15 | 2 | 2 |
| 17 | 6 | 8 |
| 18 | 10 | 18 |
| 20 | 4 | 22 |
| 22 | 3 | 25 |

கொடுக்கபட்ட புள்ளிவிவரங்கள் மாறியின் அடிப்படையில் ஏறுவரிசையில் படுத்த வேண்டும்.

கீழினக்குவிவு அலைவெண்கள் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.(cf)

n+1/2 =25+1/2 =26/2=13

13வது உறுப்பு cf-ல் 18ல் உள்ளது. எனவே cf-18ன் X-மதிப்பு இடைநிலை இங்கு 13-வது உறுப்பின் மதிப்பு : 18 ஆகும்.

**இடைநிலை : 18 முட்டைகள்**

## 2.3.தொடர் தொகுதியில் இடைநிலை கணக்கிட

**சூத்திரம் இடைநிலை : L+(N/2-lcf/f)x Ci**

**L-** இடைநிலைப் பிரிவின் கீழ் எல்லை

**N-** மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

**lcf** - இடைநிலைப்பிரிவுக்கு முந்திய குவிவு அலைவெண்

**f-**அலைவெண் பிரிவின் அலைவெண்

**Ci-** இடைநிலைப் பிரிவின் இடைவெளி அளவு

**உதாரணமாக** : 50 இலைகளின் நீளம் கொடுக்கபட்டிருந்தால் அவற்றின் இடைநிலை காண

அ) முதலில் குவிவு அலைவெண் **cf** கண்டு பிடிக்க வேண்டும்.

ஆ) n/2 மதிப்பை காண வேண்டும். **60/2=30**.

இ) இடைநிலை பிரிவு காண வேண்டும்.

இடைநிலை வகுப்பு காண n/2 வின் மதிப்பு 30 எந்த குவிவு அலைவெண்ணில் இருக்கிறதே அந்த பிரிவுதான் இடைநிலை பிரிவு ஆகும்.

**N/2** மதிப்பு 30 குவிவுஅலைவெண் 38 ல் அடங்கியுள்ளதால் அதன் பிரிவு 8-12 இடைநிலைபிரிவு ஆகும்.

| **Class** | **F** | **cf** |
|---|---|---|
| 0-4 | 6 | 6 |
| 4-8 | 12 | 18 |
| 8-12 | 20 | 38 |
| 12-16 | 8 | 46 |
| 16-20 | 4 | 50 |

ஈ) சூத்திரத்தை பயன்படுத்த வேண்டும்.

**L+[N/2-lcf/f] ci**

L=8, N/2=30,lcf=18,f=20,ci=4

Md= 8+[30-18/20]x4

=8+[12/20]x4

= 8+2.4

= **10.4**

**இலைகளின் இடைநிலை 10.4 cm**

## இடைநிலையின் நிறைகள்

- இதனைக் கணக்கிடுவதும் புரிந்து கொள்வதும் எளிது.
- தனித்தொகுதியில் இதன் மதிப்பை பார்த்த மாத்திரத்தில் கண்டுவிடலாம்.
- இது சிறிய மற்றும் பெரிய மதிப்புகளால் பாதிக்கப்படாது.
- கூட்டுசராசரியை விட இடைநிலை உண்மையான சராசரியாகும்.

## இடைநிலையின் குறைபாடுகள்

- விவரங்களை வரிசைப்படுத்த தவறினால் இடைநிலை மதிப்பு மாறிவிடும்.
- மாதிரிக் கூறெடுத்தல் முறையில் ஏற்படுகின்ற மாறுபாடுகளால் இடைநிலை அதிகம் பாதிக்கப்படுகிறது.
- இது மென்மேலும் கணித முறைக்கு பயன்படாது.
- தொகுதியின் மிகப்பெரிய அல்லது மிகச்சிறிய மதிப்புகளுக்கு முக்கியதுவம் கொடுக்கபட வேண்டும் என்றால் இடைநிலை பயன்படாது.

# 5.முகடு (Mode)

ஒரு தொகுதியில் உள்ள மதிப்புகளில் எந்த மதிப்பு அதிக தடைவ திரும்ப திரும்ப இடம் பெற்றிருக்கின்றதோ அந்த மதிப்ப **முகடு** ஆகும்.

**அல்லது**

ஒரு தொகுதியில் எந்த மதிப்பு மிகவும் அதிக அலைவெண்ணைக் கொண்டிருக்கிறதோ அந்த மதிப்பு **முகடு** ஆகும்.

(பொதுவாக முகட்டினை Mo அல்லது ‘z’ என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுவது வழக்கம்)

## 1.தனித்தொகுதியின் முகடு கண்டுபிடிக்க

தனித்தொகுதியின் முகடு கணக்கிட சூத்திரம் கிடையாது. எந்த மதிப்பு அதிக தடைவ திரும்ப திரும்ப வந்திருக்கிறதோ அது **முகடு** ஆகும்.

**உதாரணமாக** : 5.3,7,5,4,10.6,5.2,9 ஆகிய உறுப்புகளை கொண்ட தொகுதியில் 5 என்ற எண் 3 முறை இடம் பெற்றுள்ளது ஆதலால் முகடு 5 ஆகும்.

## சிலமுக்கிய குறிப்புகள்

- ஒரு தொகுதியில் இரண்டு உறுப்புகள் மீண்டும் மீண்டும்.வந்து சம அளவில் இடம் பெற்றருந்தால் அத்தொகுதிக்கு **இரண்டு முகடுகள் (Bimodal)** உள்ளன என்போம்.
- ஒரு தொகுதியில் மூன்று உறுப்புக்கள் ஓரே அளவில் அதிக முறை இடம்பெற்றிருந்தால் அத்தொகுதிக்கு **மூன்றுமுகடுகள் (Trimodal)** உள்ளன என்போம்.
- ஒரு தொகுதியில் நான்கு அல்லது அதற்க்கு மேல்பட்ட மதிப்புகள் ஓரெ அளவில் அதிகமுறை இடம்பெற்றிருந்தால் அத்தொகுதி **பலமுகடுகள் (multimodal)** உள்ளன என்போம்.
- ஒரு தொகுதியில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட தடவைகள் எந்த எண்ணும் மீண்டும் மீண்டும் வரவில்லை எனில் அந்தத்தொகுதி **முகடு அற்ற தொகுதி (nomodal)** எனப்படும்.

முகடு அற்ற தொகுதிக்கு முகடு கண்டுபிடிக்க

3 Median- 2 mean – என்ற சூத்திரத்தை பயன்படுத்த வேண்டும்.

## 2.தொடர்சியற்ற தொகுதியின் முகடு கண்டுபிடிக்க

சூத்திரங்கள் ஏதும் கிடையது. எந்த மதிப்பு மிகப்பெரிய அலைவெண்களைப் பெற்றுள்ளதோ அந்த மதிப்பு முகடு ஆகும்.

**உதாரணமாக** : 35 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள்

| **மதிப்பெண்** | 30 | 45 | 50 | 57 | 60 | 65 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **மாணவர்கள் எண்ணிக்கை** | 4 | 7 | 3 | 10 | 5 | 6 |

இதில் 57 மதிப்பெண் பெற்றமாணவர் அதிகம் உள்ளதால் முகடு 57 ஆகும்.

## 3.தொடர்தொகுதியின் முகடு கண்டுபிடிக்க

இதில் உறுப்புகள் கூட்டம் கூட்டமாக இருப்பதால் முகடு பிரிவுதான் பார்த்த மதத்திரத்தில் கூறமுடியும்.எனவே சூத்திரம் பயன்படுத்த வேண்டும்.

**சூத்திரம் Mo** : $L + \left(\frac{f1-f0}{2F1-F0-F2}\right) \times \text{Ci}$

**அல்லது**

**சூத்திரம் Mo :** $L + \left(\frac{\Delta 1}{\Delta 1+\Delta 2}\right) \times \text{Ci}$

**L-** முகடுப் பிரிவின் கீழ் எல்லை $\Delta_1 = f_1 - f_o$ , $\Delta_2 = f_1 - f_2$

**$f_1$** - முகடுபிரிவின் அலைவெண்.

**$f_0$ -** முகடுபிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் அலைவெண்

**$f_2$** – முகடு பிரிவிற்கு பிந்திய பரிவின் அலைவெண்

**Ci-** முகடுப் பிரிவின் பிரிவு இடைவெளி.

**உதாரணமாக** : ஒரு கிளையில் உள்ள 60 இலைகளின் நீளம் கொடுக்கப்பட்டால் அதன் முகடு காண

| **வகுப்பு** | **அலைவெண்** |
|---|---|
| 0-4 | 6 |
| 4-8 | 10 |
| 8-12 | 25 |
| 12-16 | 14 |
| 16-20 | 5 |

முதலில் முகடு பிரிவு கண்டுபிடிக்க வேண்டும். அதிக அலைவெண் கொண்ட பிரிவு 8-12 என்பாதால் அது முகடு பிரிவு ஆகும்.

பின்னர் சூத்திரத்தை பயன்படுத்த வேண்டும்.

$L=8$, $\Delta_1 = f_1 - f_0$ , $\Delta_2 = f_2 - f_1$, $f_1=25$, $f_0=10$, $f_2=14$ ,ci=4

$\Delta_1 = f_1 - f_o = 25-10=15$ ,

$\Delta_2 = f_1 - f_2 = 25-14 = 11$

**சூத்திரம்** **Mo :** $L + (\frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2}) \times \mathrm{Ci}$

$= 8+(15/15+11)\mathrm{x}4$

$= 8+(15/26)$

$= 8+2.34$

= **10.34**

## முகடுகளின் சிறப்புகள்

- இதனை கணக்கிடுவதும் புரிந்து கொள்வதும் மிகவும் எளிது.
- இது மிக பெரிய அல்லது மிக சிறிய மதிப்பினால் பாதிக்கப்படுதில்லை.
- முகட்டைக் கணக்கிட தொகுதியின் எல்லா உறுப்புகளையும் தெரியவேண்டிய அவசியம் இல்லை.
- முகட்டின் மதிப்பினை வரைபடம் மூலமும் கணக்கிட முடியும்.

## முகடுகளின் குறைபாடுகள்

- ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முகடு அமைந்து உள்ள தொனுதியில் முகட்டின் சரியான மதிப்பை அறிய முடியாது.
- தொகுதியில் அதிகஅலைவெண் கொண்ட பகுதிக்கு மட்டுமே முக்கியதுவம் கொடுக்கப்படுகிறது.
- இது மென்மேலும் கணித முறைக்குப் பயன்படாது.
- மிகவும் கோட்டமுடைய பரவலில் முகடு திருப்திகரமான சரியான சராசரியாக இருக்காது.

## சிதறல் அளவைகள்(Measures of dispersal)

ஒரு புள்ளிவிவரத் தொகுதியில் சராசரியைச் சுற்றி தனிமதிப்புக்கள் எவ்வாறு அமைந்துள்ளன என்பதைக் காண்பதே சிதறல் அளவையின் நோக்கம் ஆகும். மையநிலைப்போக்கு அளவைகள் பரவலின் தன்மையை விளக்குதில்லை. இரண்டு பரவல்களின் கூட்டுச்சராசரி ஒன்றாக இருக்கலாம்,இவற்றின் அலைவெண்களும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கலாம், ஆனால் இரு பரவல்களும் ஒத்தவை எனக்கொள்ளமுடியாது. ஒரு பரவலில் தனித்த மதிப்புகள் சராசரியை விட்டு விலகி இருக்கலாம். எனவே தனிமதிப்புகள் சராசரியை விட்டு எவ்வளவு விலகி உள்ளன. ஏன்பதை கணக்கிடுவதையே சிதறல் அளவைகள் என்கிறோம். இதனை மாறுபாட்டு அளவீடு என்றும் அழைப்பர்.

உதாரயமாக : ஒரு மாணவன் மூன்று பாடங்களில் பெற்ற மதிப்பெண்களள் பின்வருமாறு.

| பாடம் | Test 1 | Test 2 | Test 3 | Test 4 | Test 5 | Total | சராசரி |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| தமிழ் | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 250 | 50 |
| ஆங்கிலம் | 50 | 5 | 80 | 25 | 90 | 250 | 50 |
| அறிவியல் | 60 | 50 | 40 | 45 | 55 | 250 | 50 |

இம்மாணவர் மூன்று பாடங்களிலும் சராசரி சமமாக உள’ளது. துமிழ் பாடத்தில் சராசரியிலிருந்து மற்ற மதிப்புகள் வேறுபாடு இன்றி காணப்படுவதால் தமிழ் பாடத்தில் நிலைப்பு தன்மை அதிகமாகவும், அறிவியல் வேறுபாடு குறைவபக உள்ளதால் நிலைப்பு தன்மை குறைவாகவும், ஆங்கிலத்தில் வேறுபாடு அதிகமுள்ளதால் நிலைப்புதன்மையற்றும் காணப்படுவதை அறியலாம். எனவே ஒரு சராசரி எவ்வளவு தூரம் நம்பகத்தன்மையுடையது. என அறிய சிதறல் அளவைகள் பணன்படுகின்றன.

## சிதறல் அளவையின் வகைகள்

சிதறல் அளவைகள் வீச்சு (Range), கால்மான விலக்கம் (Quartile deviation), கூட்டுச்சராசரி விலக்கம் (Mean deviation), இடைநிலை விலக்கம் (Median deviation), திட்டவிலக்கம் (Standard deviation), லாரென்ஷ் வளைவு(Lorenz curve), மாறுவிகிதக்கெழு (Coefficient of Variation)

## 1.வீச்சு (Range)

இது மிக எளிமை யான சிதறல் அளவை ஆகும். விவரக்குறிப்பில் உள்ள மிகப்பெரிய மதிற்பிற்கும் மிக குறைந்த மதிப்புக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு **வீச்சு** ஆகும்.

**வீச்சு = மிகப்பெரிய மதிப்பு – மிகச்சிறிய மதிப்பு**

$$\mathbf{R = Lv - Sv}$$

அலைவெண் வளைகோட்டின் இரு முனைகளுக்கிடையே உள்ள தூரமே வீச்சு ஆகும். தொடர்சியான தொகுதியில் , முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் , கடைசி பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு வீச்சு ஆகும்.

ஐந்து ஆண்டுகளில் மீன் உற்பத்தி 100,150,250,300,400 டன்கள் எனில் வீச்சு.

மிகசிறியமதிப்பு 100, மிகபெரிய மதிப்பு 400

400-100 = 300 டன்

ஐம்பது மீன்குஞ்சுகளின் நீளம் செ.மீட்டரில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் வீச்சு

| **x** | **f** |
|---|---|
| 2-4 | 5 |
| 4-6 | 10 |
| 6-8 | 20 |
| 8-10 | 8 |
| 10-12 | 7 |

R= L-S

= 12-2

**R=10**

## வீச்சு குணகம் அல்லது வீச்சு கெழு

வீச்சு குணகம் அல்லது வீச்சு கெழு என்பது விவரக்குறிப்பில் உள்ள மிகசிறிய மற்றும் மிகபெரிய மதிப்புகளுக்கு இடையேயான வேறுபாட்டை, மிகசிறிய மற்றும் மிகப்பெரிய மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகையால் வகுத்தால் கிடைப்பது ஆகும்.

**வீச்சுகுணகம் (அல்லது) வீச்சுகெழு** $= \frac{L-s}{L+S}$

$$= \frac{400-100}{400+100}$$

$$= \frac{300}{500}$$

$$= 0.6$$

## கால்மான விலக்கம் (Quartile deviation)

ஒரு புள்ளிவிவரத்தின் முதல் அரைப்பகுதியை இருகால் பகுதியாகப் பிரிக்கும் எண்ணுக்கு முதல்கால் மாணம் என்றுபெயர், அவ்வாறே இரண்டாம் அரைப்பகுதியை இருகால் பகுதிகளாக பரிக்கும் எண்ணெய் மூன்றாம் கால்மானம் என்றுபெயர். கால்மானத்தை Q என்று குறிப்பிடபடுகிறது.

மூன்றாம் கால்மானத்திற்கும், முதலாம்கால்மானத்திற்க்கும் இடையே உள்ள தூரம் இடைக்கால்மான வீச்சு எனப்படும். இதை 2ல் வகுத்தால் கிடைப்பது அரை இடைக்கால் வீச்சு(Semi- inter quartile range) எனப்படும். அரை இடைக்ால்மான வீச்சு, கால்மான விலக்கம் எனப்படும்.

எனவே கால்மான விலக்கம் என்பது மூன்றாம் கால்மானத்திற்கும் முதலாம் கால்மானத்திற்க்கம் இடையே உள்ள வேறுகாட்டை இரண்டால் வகுக்க கிடைப்பது ஆகும்.

கால்மான விலக்கம் QD என குறிப்பிடபடுகிறது. இதை கீழ்கண்ட சூத்திரம் மூலம் கணக்கிடபடுகிறது.

**கால்மான விலக்கம்** $= \frac{\mathbf{Q3-Q1}}{\mathbf{2}}$

இதில் $Q_1$ மற்றும் $Q_3$ ஆகியவற்றை இடைநிலையை கணக்கிடுவது போல் கணக்கிட வேண்டும்.

$Q_1$ என்பது $\frac{N+1}{4}$ வது எண் உறுப்பு.

$Q_3$ என்பது 3 $\frac{N+1}{4}$ வது எண் உறுப்பு.

**எ.கா:1** கொடுக்கபட்டுள்ள 11 நத்தைகளின் எடைகளின் கால்மான விலக்கம் காண்க.

| நத்தையின் எடை(gm) | 10 | 15 | 13 | 18 | 8 | 16 | 17 | 14 | 20 | 6 | 22 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுத வேண்டும்.

6,8,10,13,14,15,16,17,18,20,22

**இரண்டவது $Q_1$ காண வேண்டும்.**

$Q_1 = \frac{N+1}{4}$ வது உறுப்பு.

$Q_1 = \frac{11+1}{4}$

$Q_1 = \frac{12}{4} = 3$- வது உறுப்பு

3-வது உறுப்பு 10 ஆகும். எனவே $\mathbf{Q_1 = 10}$

**$Q_3$ காண வேண்டும்.**

$Q_3 = 3x\,\frac{N+1}{4}$ வது உறுப்பு.

$Q_3 = 3x\,\frac{11+1}{4}$

$Q_3 = 3x\,\frac{12}{4} = 3x3 = 9$ - வது உறுப்பு

9-வது உறுப்பு 18 ஆகும். எனவே $\mathbf{Q_3 = 18}$

**QD காண வேண்டும்.**

$\mathbf{QD = \frac{Q3-Q1}{2}}$

$QD = \frac{18-10}{2}$

$QD = \frac{8}{2}$

**$QD = 4$**

**எ.கா:2** பின்வரும் விவரங்களுக்கு கால்மான விலக்கம் காண்க

| கரப்பான்பூச்சியின் நீளம் எடை(mg) | 10 | 13 | 8 | 15 | 6 | 14 | 16 | 20 | 17 | 18 | 24 | 22 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுத வேண்டும்.

6,8,10,13,14,15,16,17,18,20,22,24

**$Q_1$ காண வேண்டும்.**

$Q_1 = \frac{N+1}{4}$ வது உறுப்பு.

$Q_1 = \frac{12+1}{4}$

$Q_1 = \frac{13}{4}$ = 3- வது உறுப்பு = 3.25

3-வது உறுப்பு 10 ஆகும். 4-வது உறுப்பு 13

∴3.25 வது உறுப்பு = 3வது உறுப்பு +(3-வது உறுப்பு - 4-வது உறுப்பு) x ¼

= 10+(13-10)x ¼

= 10+(3)x1/4

= 10+ ¾

= 10+ 0.75

**$Q_1$= 10.75**

**$Q_3$ காண வேண்டும்.**

$Q_3 = 3x\ \frac{N+1}{4}$ வது உறுப்பு.

$Q_3 = 3x\ \frac{12+1}{4}$

$Q_3 = 3x\frac{13}{4} = 9.75$ - வது உறுப்பு

9-வது உறுப்பு 18 ஆகும்.10-வது உறுப்பு **= 20**

$\mathbf{Q_3 =}$ 9-வது உறுப்பு + (10-வது உறுப்பு - 9-வது உறுப்பு ) ¾

= 18+(20-18)x3/4

= 18+(2)x3/4

= 18+ 1.5

**Q3= 19.5**

**QD காண வேண்டும்.**

$\mathbf{QD = \frac{Q3-Q1}{2}}$

$QD = \frac{19.5-10.75}{2}$

$QD = \frac{8.75}{2}$

**QD = 4.375**

**கால்மான விலக்க குணகம் (கெழு)**

கால்மான விலக்கம் ஒர முழு அளவை ஆகும். ஒப்பிட்டு நோக்கம் சார்பு காண்பது குணகம் கெழு எனப்படும்.

எனவே கால்மான விலக்க குணகம் என்பது $= \frac{Q3-Q1}{Q3+Q1}$

$$= \frac{19.50-10.75}{19.50+10.75}$$

$$=\frac{8.75}{30.45}$$

**கால்மான விலக்க குணகம் = 0.28**

**தொடர்சியற்ற விவரங்களின் தொகுதிக்கு ( Duscrete series)**

**கால்மான விலக்கம் காண்பது**

| **மதிப்பெண்** | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **மாணவர் எண்ணிக்கை** | 5 | 8 | 15 | 7 | 10 | 5 |

| **x** | **F** | **cf** |
|---|---|---|
| 10 | 5 | 5 |
| **20** | **8** | **13** |
| 30 | 15 | 28 |
| 40 | 7 | 35 |
| **50** | **10** | **45** |
| 60 | 5 | 50 |

$$Q_1 = \frac{n+1}{4}$$

$$= \frac{50+1}{4}$$

$$\mathbf{Q_1 = 12.75}$$

**12.75,** cf ல் 13ல் உள்ளது எனவே அதன் X மதிப்பு 20 Q1 மதிப்பு ஆகும்.

**Q1 = 20**

$$Q_3 = 3x\frac{51}{4}$$

$$= 3x12.75$$

**$Q_3$= 38.25**

38.25 , cf ல் 45ல் உள்ளது எனவே அதன் x மதிப்பு 50 $Q_3$ மதிப்ப ஆகும்.

**$Q_3$= 50**

எனவே கால்மான விலக்கம் என்பது $= \frac{Q3-Q1}{2}$

$= \frac{50-20}{2}$

$= \frac{30}{2}$

**கால்மான விலக்க குணகம = 15**

எனவே கால்மான விலக்க குணகம் என்பது $= \frac{Q3-Q1}{Q3+Q1}$

$= \frac{50-20}{50+20}$

$=\frac{30}{70}$

**கால்மான விலக்க குணகம் (கெழு) = 0.43**

**தொடர்தொகுதியின் கால்மான விலக்கம் காண**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| வெள்ளரி காய்களின் நீளம் (x) | 10-12 | 12-14 | 14-16 | 16-18 | 18-20 | 20-22 | 22-24 |
| வெள்ளரி எண்ணிக்கை (f) | 6 | 12 | 18 | 26 | 15 | 13 | 10 |

| x | f | Cf |
|---|---|---|
| 10-12 | 6 | 6 |
| 12-14 | 12 | 18 |
| 14-16 | 18 | 36 |
| 16-18 | 26 | 62 |
| 18-20 | 15 | 77 |
| 20-22 | 13 | 90 |
| 22-24 | 10 | 100 |

முதலில் $Q_1$ வகுப்பு மற்றும் $Q_3$ வகுப்பு காண வேண்டும்.

$Q_1$ வகுப்பு = n/4 வது உறுப்பு

100/4 = 25 வது உறுப்பு cf 36ல் உள்ளதால் அதன் x மதிப்பு 14-16 $Q_1$ வகுப்பு ஆகும்.

**$Q_1$ மதிப்பு காண வேண்டும்.**

$$\mathbf{Q_1 = L + \left[\frac{\frac{n}{4} - Lcf}{f}\right] \times ci}$$

$$Q_1 = 14+\left[\frac{25-18}{18}\right]x2$$

$$Q_1 = 14+\left[\frac{7}{18}\right]x2$$

$$Q_1 = 14+[\,0.39]x2$$

$$Q_1 = 14+ 0.78$$

$$\mathbf{Q_1 = 14.78}$$

**$Q_3$ – வகுப்பு காண வேண்டும்.**

$Q_3$ – வகுப்பு = 3N/4 =3x100/4 =300/4=75

75 வது வகுப்பு cf 77-ல் உள்ளதால் அதன் மதிப்பு 18-20 $Q_3$ வகுப்பு ஆகும்.

$Q_3$ – ன் மதிப்பு காண வேண்டும்.

$$\mathbf{Q_3 = L + \left[\frac{\frac{3n}{4} - Lcf}{f}\right] \times ci}$$

$$Q_3 = 18 + \left[\frac{75-62}{15}\right] \times 2$$

$$Q_3 = 18 + \left[\frac{13}{15}\right] \times 2$$

$$Q_3 = 18 + [\,0.87] \times 2$$

$$Q_3 = 18 + 1.73$$

$$\mathbf{Q_3 = 19.73}$$

**கால்மான விலக்கம்** $\mathbf{QD} = \frac{\boldsymbol{Q3-Q1}}{\mathbf{2}}$

$$= \frac{19.73-14.78}{2}$$

$$= \frac{4.95}{2}$$

**கால்மான விலக்கம்** $= \mathbf{2.47}$

**கால்மான குணகவிலக்கம்** $\mathbf{CQD} = \frac{\mathbf{Q3-Q1}}{\mathbf{q3+Q1}}$

$$= \frac{\mathbf{19.73-14.78}}{\mathbf{19.73+14.78}}$$

$$= \frac{\mathbf{4.95}}{\mathbf{34.51}}$$

**கால்மான குணகவிலக்கம் CQD = 0.14**

# சராசரி விலக்கம் (Mean Deviation)

ஒரு சராசரியில் இருந்து தனித்தனி மதிப்பகளுக்கான விலக்கங்களை கணக்கிடப்பட்டு, அவைகளின் கூட்டுசராசரியே **சராசரி விலக்கம்** எனப்படும்.

கூட்டுசராசரியிலிருந்தோ, இடைநிலையிலிருந்தோ சராசரி விலக்கம் காணலாம். கூட்டுசராசரியிலிருந்து விலக்கம் காணப்பட்டால் அது கூட்டுசராசரிவிலகம் என்றும், இடைநிலையில் இருந்து விலக்கம் காணப்பட்டால் அது இடைநிலை சராசரிவிலக்கம் எனப்படும்.

தனித்தொகுதிக்கு கீழ்கண்ட சூத்திரம் மூலம் கூட்டுசராசரி விலக்கம் கணக்கிடலாம்.

$$\mathbf{MD} = \frac{\sum \mathbf{D}}{\mathbf{N}}$$

Md= சராசரிவிலக்கம்

d= விலக்கம் (x-X)

N= உறுப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

எ.கா : ஏழு கரப்பான்பூச்சியின் நிளம், 3.5,4,4.2,4.5,3.7,4.2,3.9 செ.மீ எனில் இவற்றின் சராசரி விலக்கம் காண்க.

முதலில் கூடடுசராசரி X காண வேண்டும்.

பின் விலக்கம் d= x-X காண வேண்டும்.

$\sum$d காண வேண்டும் (d யின் மதிப்பை கூட்ட வேண்டும்.)

சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி சராசரி விலக்கம் காண வேண்டும்.

| x | d |
|---|---|
| 3.5 | -0.5 |
| 3.7 | -0.3 |
| 3.9 | -0.1 |
| 4.0 | 0 |
| 4.2 | 0.2 |
| 4.2 | 0.2 |
| 4.5 | 0.5 |
| $\sum x=28$ | $\sum d=0$ |

**$X = \sum x/N = 28/7 = 4$**

**$MD = \frac{\sum D}{N} = 0/4 = 0$**

**குறிப்பு** : கூட்டுசராசரியுடன் மதிப்பு பொருந்தும்போது விலக்கம் பூஜ்யமாக உள்ளது.

விலக்கசராசரி கூட்டுசராசரிக்கு மேல் இருந்தால் அது **எதிர்மறை விலக்கம்** எனப்படும்.

விலக்கசராசரி கூட்டுசராசரிக்கு கீழ் இருந்தால் அது **நேர்மறை விலக்கம்** எனப்படும்.

**தொடர்சியற்ற தொகுதி**

**$MD = \frac{\sum fD}{N}$**

கீழ்கண்ட அட்டவணையில் உள்ள விவரத்திற்கு கூடடுசராசரி விலக்கம் காண்க.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| கத்திரிகாய் எடை(கிராம்) (x) | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| கத்திரிகாய் எண்ணிக்கை(f) | 3 | 7 | 5 | 8 | 3 | 1 |

1.கூட்டு சராசரி காண வேண்டும் $X= \frac{\sum fx}{N}$ , இதற்கு X –ன் மதிப்பையும் f-ன் மதிப்பையும் பெருக்கி fx காண வேண்டும்.

Fx மதிப்பை கூட்டி ∑fx காண வேண்டும் ∑fx யை மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையால் வகுக்க வேண்டும்.

2.விலக்கம் D காண வேண்டம்(x-X) . இதற்கு ஓ-ன் மதிப்பை X மதிப்பைக் கழிப்பதால் விலக்கம் D கிடைக்கும்

3.விலக்கதினை ( D யின் மதிப்பை) அதனுடைய f மதிப்புடன் பெருக்கினால் கன கிடைக்கும்.

4. fd மதிப்புகளை கூட்டினால் ∑fd கிடைக்கம்.

5. ∑fd மதிப்பை மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் கூட்டுசராசரி விலக்கம் கிடைக்கும்.

| x | f | fx | D= (x-X) | fd |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 3 | 21 | 7-9.1=-2.1 | 3x-2.1=-6.3 |
| 8 | 7 | 56 | 8-9.1=-1.1 | 7x-1.1=-7.7 |
| 9 | 5 | 45 | 9-9.1=-0.1 | 5x-0.1=-0.5 |
| 10 | 8 | 80 | 10-9.1=0.9 | 8x0.9=7.2 |
| 11 | 3 | 33 | 11-9.1=1.9 | 3x1.9=5.7 |
| 12 | 1 | 12 | 12-9.1=2.9 | 1x2.9=2.9 |
| | | ∑ fx= 247 | | ∑ fD= -14.5+15.8=1.3 |

$$X = \frac{\sum fx}{N} = \frac{247}{27} = 9.1$$

$$MD= \frac{\sum fD}{N} = \frac{1.3}{27} = 0.048$$ கிராம்

**தொடர்தொகுதி**

பின் வரும் பரவலுக்கு கூட்டுசராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் காண்க.

| வகுப்பு | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| f | 4 | 6 | 5 | 8 | 4 | 3 |

1.கூட்டு சராசரி காண வேண்டும் X= $\frac{\sum fxm}{N}$

2.விலக்கம் D காண வேண்டம்(x-X)

3.விலக்கதினை ( D யின் மதிப்பை) அதனுடைய f மதிப்புடன் பெருக்கினால் கன கிடைக்கும்.

4. fd மதிப்புகளை கூட்டினால் ∑fd கிடைக்கம்.

5. ∑fd மதிப்பை மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் கூட்டுசராசரி விலக்கம் கிடைக்கும்.

| class | f | xm | fxm | D=(xm-m) | fd |
|---|---|---|---|---|---|
| 0-10 | 4 | 5 | 20 | -22.3 | -89.2 |
| 10-20 | 6 | 15 | 90 | -12.3 | -73.6 |
| 20-30 | 5 | 25 | 125 | -2.3 | -11.5 |
| 30-40 | 8 | 35 | 240 | 8..3 | 66.4 |
| 40-50 | 4 | 45 | 180 | 18.3 | 73.2 |
| 50-60 | 3 | 55 | 165 | 28.3 | 84.9 |
| | N= 30 | | ∑ fxm= 820 | | ∑ fd=50.2 |

$$X = \frac{\sum fx}{N} = \frac{820}{30} = 27.3$$

$$MD= \frac{\sum fD}{N} = \frac{50.2}{30} = 1.67$$

கூட்டுசராசரி விலக்கத்தின் குணகம்

$$\text{C.of .MD} = \frac{\text{MD}}{\text{Mean}}$$

$$\text{MD} = 1.67,\ \text{mean} = 27.3 = \frac{1.67}{27.3} = 0.061$$

# திட்டவிலக்கம் (Standard Deviation)

- திட்டவிலக்கம் ஒரு மிகச்சிறந்த சிதறல் அளவை ஆகும்.
- திட்டவிலக்கத்தை 1893-ல் கார்ல் பியர்சன் அறிமுகபடுத்தினார்.
- சராசரியிலிருந்து மற்ற மதிப்புகள் எந்த அளவு விலகி உள்ளன என்பதை சிறந்த முறையில் விளக்குவது திட்டவிலக்கம் ஆகும்.
- கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற விவரங்களின் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து பெறப்படுகின்ற விலக்கங்களின் , வர்கங்களின் கூட்டுச்சராசரியின் வர்க்கமூலம் அவ்விவரங்களின் திட்டவிலக்கம் ஆகும்.
- திட்டவிலக்கம், வர்க்கமூலசராசரி,வர்கவிலக்கம் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.
- திட்டவிலக்கம் சிக்மா என்ற கிரேக்க எழுத்தால் குறிப்பிடபடுகிறது.

திட்டவிலக்கம், 1.நேரடிமுறை, 2..குறுக்குவழி முறை 3.படிவிலக்க முறை என மூன்று முறைகளில் கணக்கிடப்படுகிறது.

**1.தனித்ததொகுதியின் திட்டவிலக்கம்**

**நேரடி முறை சூத்திரம்** $\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum d2}{n-1}}$ **(or)** $\sqrt{\frac{\sum(x-X)2}{n-1}}$

$\boldsymbol{\sigma} =$ திட்ட விலக்கம்

d= சராசரிக்கும், மாறியின் மதிப்புக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு

n= மொத்த மாறிகளின் எண்ணிக்கை

பின்வரும் தகவலலுக்கு திட்டவிலக்கம் காண்க

| X | 4 | 5 | 7 | 8 | 8 | 10 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| **x** | **x-X= d** | **$d^2$** |
|---|---|---|
| 4 | 4-9= -5 | 25 |
| 5 | 5-9= -4 | 16 |
| 7 | 7-9= -2 | 4 |
| 8 | 8-9= -1 | 1 |
| 8 | 8-9= -1 | 1 |
| 10 | 10-9= 1 | 1 |
| 12 | 12-9= 3 | 9 |
| 13 | 13-9= 4 | 16 |
| 14 | 14-9= 5 | 25 |
| $\sum x=81$ | | $\sum d^2=98$ |

1.முதலில் கூட்டுசராசரி X காண வேண்டும்.

2. d யின் மதிப்பை காண வேண்டும். d=(x-X)

3.d2 மதிப்புபை காண வேண்டும், dயின் மதிப்பை அதே மதிப்பால் பெருக்க வேண்டும். ($d \times d = d^2$)

4.$d^2$ மதிப்பை கூட்டி $\sum d^2$ காண வேண்டும்.

5.சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி திட்ட விலக்கம் காண வேண்டும்.

**சூத்திரம்** $\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum d2}{n-1}}$ **(or)** $\sqrt{\frac{\sum (x-X)2}{n-1}}$ **X= ∑x/n = 81/9 = 9**

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum d2}{n-1}} \text{ (or) } \sqrt{\frac{\sum (x-X)2}{n-1}}$$

$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{98}{9-1}}$

$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{98}{8}}$

$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{12.25}$

$\boldsymbol{\sigma} = 6.125$

**குறுக்குவழி முறை (shortcut method)**

**சூத்திரம்** $SD = \sqrt{\frac{\sum d2}{N} - \left(\frac{\sum d}{N}\right)2}$

இம்முறை கூட்டுசராசரி கண்டுபடிப்பதற்கு பதிலாக நாம் புள்ளிவிவரத்தில் உள்ள ஏதோனும் ஒரு மதிப்பை மூட்டுசராசரியாக யுகித்து கொள்ள வேண்டும். அது A அனுமானிக்கப்பட்ட கூட்டுசராசரி எனப்படும்.

10 நன்னீர் மட்டியின் எடை 60,60,61,62,63,63,63.64,64,70 கிராம் எனில் அவற்றின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

1.ஏதோனும் ஒரு மதிப்பை கூட்டுசராசரியாக யுகித்து எடுத்து கொள்ள வேண்டும்.

உ.ம் : 63 எனில் A=63

2.ஒவ்வொரு மதிப்பிலிருந்து A யின் மதிப்பை கழித்த விலக்கம் D கிடைக்கும்.

X-A=D (60-63= -3)

3.d2 மதிப்புபை காண வேண்டும், dயின் மதிப்பை அதே மதிப்பால் பெருக்க வேண்டும். (dxd= $d^2$)

4.$d^2$ மதிப்பை கூட்டி $\sum d^2$ காண வேண்டும்.

5.சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி திட்ட விலக்கம் காண வேண்டும்.

| நன்னீர் மட்டியின் எடை(கிராம்) | X-A=D | $d^2$ |
|---|---|---|
| 60 | 60-63=-3 | 9 |
| 60 | 60-63=-3 | 9 |
| 61 | 61-63=-2 | 4 |
| 62 | 62-63=-1 | 1 |
| 63 | 63-63=0 | 0 |
| 63 | 63-63=0 | 0 |
| 63 | 63-63=0 | 0 |
| 64 | 64-63=1 | 1 |
| 64 | 64-63=1 | 1 |
| 70 | 70-63=7 | 49 |
| | | $\sum d^2=74$ |

**சூத்திரம் SD =** $\sqrt{\frac{\sum \mathbf{d2}}{\mathbf{N}} - \left(\frac{\sum \mathbf{d}}{\mathbf{N}}\right)2}$

$= \sqrt{\frac{\mathbf{74}}{\mathbf{10}} - \left(\frac{\mathbf{0}}{\mathbf{10}}\right)2}$

$= \sqrt{\frac{\mathbf{74}}{\mathbf{10}} - 0}$

$= \sqrt{\frac{\mathbf{74}}{\mathbf{10}}}$

**திட்ட விலக்கம் = 2.72**

**குறுக்குவழி முறை (shortcut method)**

**சூத்திரம்** $SD = \sqrt{\frac{\sum fd2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)2}$

கீழ்காணும் தகவலுக்கு திட்டவிலக்கம் குறுக்கவழி முறையில் காண்க.

| மீன்குஞ்சுகளின் எடை (கிராம்) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| எண்ணிக்கை | 3 | 7 | 10 | 3 | 2 |

1.ஏதோனும் ஒரு மதிப்பை கூட்டுசராசரியாக யுகித்து எடுத்து கொள்ள வேண்டும்.

இங்கு 3 யை எடுத்து கொண்டால் A=3

2.ஒவ்வொரு மதிப்பிலிருந்து A யின் மதிப்பை கழித்து D கிடைக்கும்.

X-A=D (60-63= -3)

3.d மதிப்புடன் அதனுடைய f மதிப்பை பெருக்க வேண்டும் fd கிடைக்கும்.

4.fd மதிப்புடன் கூட்டி Dயின் மதிப்பை பெருக்கினால் fd2 காண வேண்டும்.

5. fd2 மதிப்பை கூட்டி $\sum$fd2 காண வேண்டும்.

5.சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி திட்ட விலக்கம் காண வேண்டும்.

| x | f | D=x-a | fd | Fd2 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 1-3=-2 | -6 | 12 |
| 2 | 7 | 2-3=-1 | -7 | 7 |
| 3 | 10 | 3-3=0 | 0 | 0 |
| 4 | 3 | 4-3=1 | 3 | 3 |
| 5 | 2 | 5-3=2 | 4 | 8 |
| | N=25 | | ∑fd= -6 | ∑fd2=30 |

**சூத்திரம்** $= \sqrt{\frac{\sum fd2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)2}$

$= \sqrt{\frac{30}{25} - \left(\frac{-6}{25}\right)2}$

$= \sqrt{1.2 - (0.24)2}$

$= \sqrt{1.2 - (0.58)}$

$= \sqrt{1.72}$

திட்ட விலக்கம் **= 1.3**

**படிவிலக்கமுறை (step Deviation method)**

இம்முறையில் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் விலகத்தை ஒரு பொது எண்ணால் வகுக்கும் போது திட்டவிலக்கம் கணக்கிடலாம் எனப்படுகிறது.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள 25 கத்திக்காய் எடைகளின் திட்டவிலக்கத்தை படிவிலக்க முறையில் கணக்கிடுக.

| கத்திக்காய் எடையின் (பிரிவு) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| எண்ணிக்கை | 3 | 7 | 10 | 3 | 2 |

1.ஏதோனும் ஒரு புள்ளிவிவரம் மதிப்பை கூட்டுசராசரியாக யுகித்து எடுத்து கொள்ள வேண்டும்.

இங்கு யுக கூட்டுசராசரி A=3

2.X யின் மதிப்பை A யின் மதிப்பிலிருந்து கழித்து D கிடைக்கும்.

X-A=D

3.d யின் மதிப்பை ஒரு பொது எண்ணால் வகுத்த D காண்க.

4.D யின் மதிப்பை அதனுடைய f மதிப்படன் பெருக்க fd கிடைக்கும்

5.fd மதிப்புடன் கூட்டி Dயின் மதிப்பை பெருக்கினால் fd2 காண வேண்டும்.

6. fd2 மதிப்பை கூட்டி ∑fd2 காண வேண்டும்.

7.சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி திட்ட விலக்கம் காண வேண்டும்.

| **x** | **f** | **D=X-A** | **(X-A/C)** | **fd** | **fd2** |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | -2 | -2/5=-0.4 | -1.2 | 0.48 |
| 2 | 7 | -1 | -1/5=-0.2 | -1.4 | 0.28 |
| 3 | 10 | 0 | 0/5=-0 | 0 | 0 |
| 4 | 3 | 1 | 1/5=0.2 | 0.6 | 0.12 |
| 5 | 2 | 2 | 2/5=0.4 | 0.8 | 0.32 |
| | N=25 | | | | **fd2=1.36** |

**சூத்திரம்** $= \sqrt{\frac{\sum \boldsymbol{fd'2}}{\boldsymbol{N}} - \left(\frac{\sum \boldsymbol{fd'}}{\boldsymbol{N}}\right) 2} \text{ xc}$

$= \sqrt{\frac{\mathbf{1.36}}{\mathbf{25}} - \left(\frac{\mathbf{-1.2}}{\mathbf{25}}\right) 2} \text{ x5}$

$= \sqrt{\mathbf{0.54 - 0.2304}}\text{x5}$

$= \sqrt{\mathbf{0.3096}}\text{x5}$

$= \sqrt{\mathbf{1.548}}$

$= \mathbf{1.24}$

**2.தொடர்சியற்ற தொகுதி திட்ட விலக்கம்**

**நேரடி முறை சூத்திரம்** $\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum \boldsymbol{fd2}}{\boldsymbol{N}}}$

$\boldsymbol{\sigma}$ **=** திட்ட விலக்கம்

$\sum$ = கூட்டுத்தொகை

f = அலைவெண்

d = (x-X)

N = மொத்த மாறிகளின் எண்ணிக்கை

**எ.கா : கொடுக்கப்பட்டுள்ள 25 மீன் குஞ்சுகளின் எடையின் திட்டவிலக்கம் காண**

| மீன்குஞ்சுகளின் எடை X | அலைவெண் f | fx | d= x-X | $d^2$ | $fd^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 3 | 1-2.7= -1.7 | 2.89 | 8.67 |
| 2 | 7 | 14 | 2-2.7= -0.7 | 1.4 | 9.8 |
| 3 | 10 | 30 | 3-2.7=0.3 | 0.9 | 9.0 |
| 4 | 3 | 12 | 4-2.7=1.3 | 1.69 | 5.07 |
| 5 | 2 | 10 | 5-2.7=2.3 | 5.29 | 10.58 |
| | N = 25 | $\sum fx = 69$ | | | $fd^{2=}$43.12 |

**கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு கூட்டு சராசரி காண வேண்டும்.**

$$X = \frac{\sum fx}{N} = 69/25 = 2.7$$

d யின் மதிப்பை காண வேண்டும்.

**கூட்டுசராசரியிலிருந்த ஒவ்வொறு மதிப்பிற்கும் உரிய வித்தியாசம் d ஆகும்.**

X= 2.7 d= -1.7

**$d^2$ காண வேண்டும்.**

d யின் மதிப்பை அதே மதிப்பில் பெருக்கினால் கிடைப்பது $d^2$

(dxd) = 1.7x1.7 = 2.89

**$fd^2$ காண வேண்டும்.**

$\mathbf{d^2}$ மதிப்பை அதனுடை f மதிப்புடன் பெருக்கினால் $\mathbf{fd^2}$ கிடைக்கும்.

fx $\mathbf{d^2}$ = $\mathbf{Fd^2}$ , 2.89x3= 8.67

**$\sum fd^2$ காண வேண்டும்.**

எல்லா $\mathbf{fd^2}$ மதிப்புகளின் கூடுதல் $\sum \mathbf{fd^2}$ ஆகும் = 43.12

**சூத்திரத்தில் மதிப்புகளை பயன்படுத்தி திட்டவிலக்கம் காண வேண்டும்.**

**சூத்திரம்** $\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum fd2}{N}}$

சூத்திரம் $\sigma = \sqrt{\frac{43.12}{25}}$

சூத்திரம் $\sigma = \sqrt{1.72}$

**திட்ட விலக்கம் $\boldsymbol{\sigma}$ = 1.3**

**3.தொடர் தொகுதியின் திட்ட விலக்கம்**

**சூத்திரம்** $\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum fd2}{N}}$

$\boldsymbol{\sigma}$ **=** திட்ட விலக்கம்

$\sum$ = கூட்டுத்தொகை

f = அலைவெண்

d = ($x_m$-X)

N = மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

**எ.கா : கொடுக்கப்பட்டுள்ள 25 கத்தரிக்காய் எடைகளின் திட்டவிலக்கம் காண**

| **கத்தரிக்காய் எடை** X ( gm) | அலைவெண் f | x-ன் நடுப்புள்ளி | $fx_m$ | d=x-X | $d^2$ | $fd^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-01 | 3 | 5 | 15 | 5-27.4= -22.4 | 501.76 | 1505.28 |
| 10-20 | 4 | 15 | 60 | 15-27.4=-12.4 | 153.76 | 615.04 |
| 20-30 | 7 | 25 | 175 | 25-27.4=-2.4 | 5.76 | 40.32 |
| 30-40 | 6 | 35 | 210 | 35-27.4=7.6 | 57.76 | 345.6 |
| 40-50 | 5 | 45 | 225 | 45-27.4=17.6 | 309.76 | 1548.80 |
| | N = 25 | | $fx_m$ = 685 | | | $fd^2$= 4055.04 |

**கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு கூட்டு சராசரி காண வேண்டும்.**

$$X = \frac{\sum fxm}{N} = 685/25 = 27.4$$

d யின் மதிப்பை காண வேண்டும்.($x_m$-X)

$d^2$ காண வேண்டும். (dxd= $d^2$) d2 மதிப்பை அதனுடைய f மதிப்பை பெருக்க வேண்டும்.

$fd^2$ காண வேண்டும்.

**சூத்திரத்தில் மதிப்புகளை பயன்படுத்தி திட்டவிலக்கம் காண வேண்டும்.**

**சூத்திரம்** $\boldsymbol{\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd2}{N}}}$

சூத்திரம் $\sigma = \sqrt{\frac{4055.04}{25}}$

சூத்திரம் $\sigma = \sqrt{162.2}$

**திட்ட விலக்கம்** $\boldsymbol{\sigma = 12.74}$

**குறுக்குவழி முறை**

1.இம்முறையில் முதலில் X-ன் மையப்புள்ளிகாண பிரிவுகளின் கீழ் மற்றும் எல்லைகளை கூட்டி 2 ஆல் வகுத்து வருவது ஒஅ ஆகும்.

2.இந்த xm மதிப்பகளில் ஏதோனும் ஒன்றை யூகித்து உடுத்து கூட்டுசராசரி என கொள்ள வேண்டும். அது A யின் மதிப்பாகும்.

3.ஒவ்வொரு ஒஅ மதிப்பையும் A யின் மதிப்பிலிருந்து கழித்து வருவத D ஆகும்.

4.D யின் மதிப்பை அதனுடைய f மதிப்புடன் பெருக்கி வருவது fd ஆகும்.

5.fd யின் மதிப்பைனு யின் மதிப்படன் பெருக்கினால் வருவது $fd^2$ ஆகும்.

6.fd யின் மதிப்பை கூட்டி $\sum fd$ யும் $fd^2$ மதிப்பை கூட்டி$\sum fd^2$ ம் காண வேண்டும்.

**7.** .சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி திட்ட விலக்கம் காண வேண்டும்.

சூத்திரம் S.D : $\sqrt{\frac{\sum fd2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)2}$

**நேர்வழியில் பார்த்த அதே உதாரணத்தையே இங்கும் பார்போம்.**

| பிரிவு | **f** | **xm** | **(Dxm-A)** | **fd** | **∑fd2** |
|---|---|---|---|---|---|
| 0-10 | 3 | 5 | 5-25=-20 | -60 | 1200 |
| 10-20 | 4 | 15 | 15-25=-10 | -40 | 400 |
| 20-30 | 7 | 25 | 25-25=0 | 0 | 0 |
| 30-40 | 5 | 35 | 35-25=10 | 50 | 500 |
| 40-50 | 6 | 45 | 45-25=20 | 120 | 2400 |
| | N=25 | | | **fd=70** | **∑fd2=4500** |

S.D : $\sqrt{\frac{\sum fd2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)2}$

$=\sqrt{\frac{4500}{25} - \left(\frac{70}{25}\right)2}$

$=\sqrt{180 - 7.84}$

$=\sqrt{172.16}$

**திட்டவிலக்கம் = 13.27**

**படிவிலக்கமுறை**

1.கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிரிவுகளுக்கு மையப்புள்ளி காண வேண்டும். மையப்பள்ளி xm = UL+LL/2

2.ஏதோனும் ஒரு ஒஅ மதிப்பை கூட்டுசராசரியாக யுகித்து எடுத்து பொள்ள வேண்டும். அது யு ஆகும்.

3.ஒவ்வொரு ஒஅ மதிப்பையும் யு மதிப்பிலிருந்து கழித்த னு யின் மதிப்பு காண வேண்டும். (ஒஅ-யுஸ்ரீனு).

4.னு யின் மதிப்பை ஒரு பொதுஉன்னால் வகுக்க கிடைப்பது னு ஆகும்.

5.D யின் மதிப்பை அதனுடைய f மதிப்படன் பெருக்க fd கிடைக்கும்

6..fd மதிப்புடன் கூட்டி Dயின் மதிப்பை பெருக்கினால் fd2 காண வேண்டும்.

7. fd2 மதிப்பை கூட்டி ∑fd2 காண வேண்டும்.

8..சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி திட்ட விலக்கம் காண வேண்டும்.

**சூத்திரம்** $= \sqrt{\frac{\sum f d' 2}{N} - \left(\frac{\sum f d'}{N}\right) 2 \text{ xc}}$

| **பிரிவு** | **f** | **xm** | **(Dxm-A)** | **D** | **fd** | **fd2** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-10 | 3 | 5 | 5-25=-20 | -2 | -6 | 12 |
| 10-20 | 4 | 15 | 15-25=-10 | -1 | -4 | 4 |
| 20-30 | 7 | 25 | 25-25=0 | 0 | 0 | 0 |
| 30-40 | 5 | 35 | 35-25=10 | 1 | 6 | 6 |
| 40-50 | 6 | 45 | 45-25=20 | 2 | 10 | 20 |
| | N=25 | | | | **fd** = 6 | **fd2=**42 |

**சூத்திரம்** $= \sqrt{\frac{\sum f d' 2}{N} - \left(\frac{\sum f d'}{N}\right) 2 \text{ xc}}$

$$= \sqrt{\frac{42}{25} - \left(\frac{6}{25}\right)2} \times \mathbf{10}$$

$$= \sqrt{\mathbf{1.68 - (0.24)}2} \times \mathbf{10}$$

$$= \sqrt{\mathbf{1.68 - 0.06}} \times \mathbf{10}$$

$$= \sqrt{\mathbf{1.62}} \times \mathbf{10}$$

$$= \sqrt{\mathbf{16.2}}$$

$$= \mathbf{1.24}$$

**திட்டவிலக்கம் நிறைகள்**

1.இது மிகவும் முக்கியமான , புள்ளியியல் பெரிதும் கயன்படுத்தப்படும். சிதறல் அளவை ஆகும்.

2.இது ஏதோனும் உள்ள எல்லா உறுப்புகளின் அடிப்படையில் கணக்கிடப்படுகிறத.

3.இது மிகவும் நிலைப்புத்தன்மையுடயைது.

4.புள்ளியியலின் மேலும் பல ஆய்வுகளுக்கு அல்லது அளவைகள் காண இது பயன்படுத்தபடுகிறது.

5.இது ஒரு கணிதமுறை, வரைறுக்கப்பட்ட செய்முறை உண்டு.

**திட்டவிலக்கம் குறைகள்**

1.மற்றசிதறல் அளவுகளை விட இது பரிந்து கணகிடுவது சற்று கடினமானது.

2.இது பறகோடி மதிப்புகளில் பாதிக்கப்படுகிறது.

## மாறு விகிதக் கெழு
## (coefficient of Variation)

ஒரு சராசரிக்கு சிதறல் அளவையின் விகிதம் என்ன என்பதை தெரிவிப்பது **மாறுவிகிதக் கெழு** எனப்படும்.

மாறுவிகிதக் கெழு திட்டவிலக்கம் , கூட்டுச்சராசரி ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் காணப்படுகிறது.

மாறுவிகிதக் கெழு = $\frac{\sigma}{X}$

= திட்டவிலக்கம் / கூட்டுசராசரி x 100

எந்த ஒரு பரவலுக்கு மாறுவிகிதக்கெழு குறைவாக உள்ளதோ அப்பரவல் சிதறல் தன்மை குறைவானதாகும். ஏந்த ஒரு பரவலுக்கு மாறுவிகிதகெழு அதிகமாக இருக்கிறதோ அந்த பரவலுக்கு சிதறல் தன்மை அதிகம் எனக்கொள்ள வேண்டும்.

**உதாரணமாக :** ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 120cm,அவர்களின் சராசரி எடை=**60kgm** என்க, அவர்களின் உயரத்தின் திட்டவிலக்கம் 3 என்றும், எடையின் திட்டவிலக்கம் 4 எனக்கொண்டால்.

உயரத்தின் மாறுவிகிதக்கெழு $= \frac{\sigma}{X}$ x100

=3/120x100

= **2.5%**

எடையின் மாறுவிகிதக்கெழு $= \frac{\sigma}{X}$ x100

= 4/60x100

=**6.6%**

இதிலிருந்து அந்த வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் உயரத்தை விட எடை அதிக சிதறல் உடையது என புரிந்துகொள்ள முடிகின்றது.

# திட்டப்பிழை
# (Standard Error)

திட்டபிழை என்பது ஒரு பெரிய தொகுதியின் கூட்டுசராசரிக்கும் அதன் மாதிரிகளின் கூட்டுசராசரிக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு **திட்டப்பிழை** எனப்படும்.

மாதிரிகூறின் திட்டவிலக்கத்தை, மாதிரிகூறின் மொத்த உறுப்புகளின் வர்கமூலத்தால் வகுத்தால் கிடைப்பது திட்டப்பிழை ஆகும்.

**திட்டப்பிழை (SE) = SD / $\sqrt{N}$**

SD = திட்ட விலக்கம்

N = உறுப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

**உதாரணமாக** : 9 மாணவர்களின் உயரத்தின் திட்ட விலக்கம் 2.5 எனில் , இந்த மாதிரிதொகுதியின் திட்டபிழை.

**திட்டப்பிழை (SE) = SD / $\sqrt{N}$**

**= 2.5/ $\sqrt{9}$**

**= 2.5/ 3**

**திட்டப்பிழை (SE) = 0.83**

## திட்டபிழையின் பயன்பாடு

இரு மாதிரிக் கூறுகளுக்கு இடையே தோன்றும் வேறுபாட்டினை அறிந்து கொள்வதற்கு இது உதவுகிறது.

மாதிரிகளின் உருவளவை/ பருமனை கணக்கிடுவதற்கு இது உதவுகிறது.அறியப்பட்ட அல்லது அறியப்படாதா இனத்தொகையிலிருந்து மாதிரிக்கூறு எடுக்கப்பட்டதா, இல்லையா என்பதை தீர்மானிக்க இது உதவுகிறது.

# மாறுபாடு (Variance)

மாறுபாடு என்ற சொல்லை 1918 ஆம் ஆண்டு முதன் முதலில் பயன்படுத்தியவர் R.A.பிஸ்சர் ஆவர். திட்டவிலக்கத்தின் வர்க்கமூலம் மாறுபாடு ஆகும்.

$$V = SD^2$$

**மாறுபாடு = (திட்டவிலக்கம்)$^2$**

**உதாரணமாக :** ஒரு தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் 2.5 எனில் மாறுபாடு

2.5x2.5= **6.25**

மாறுபாட்டிலிருந்து திட்டவிலக்கத்தைக் கணக்கிட முடியும்.

**(திட்டவிலக்கம்)$^2$** = மாறுபாடு

**திட்டவிலக்கம்** = $\sqrt{v}$

# உடன் தொடர்பு( Correlation)

## (அல்லது)

## ஒட்டுறவு

நாம் இதுவரை ஒரு தொகுதியில் உள்ள பண்புகளின் இயல்புகளை பற்றி படித்தோம். இங்கு ஒரு தொகுதியில் உள்ள இரண்டு அல்லது அதற்க்கு மேற்பட்ட பண்புகளின் இயல்புகளுக்கு இடையே நிலவுகின்ற தொடர்பினை பற்றி அறிவோம்.

ஒரு மாறியின் மதிப்பில் மாற்றம் ஏற்படுகின்றபோது அதோடு தொடர்புள்ள மற்றொரு மாறியின் மதிப்பிலும் மாற்றம் ஏற்பட்டால் அவ்விரு மாறிகளுக்கும் இடையேயான தொடர்பு பற்றி அறிந்துகொள்வது உடன் தொட்பு எனப்படும். இதனை ஒட்டுறவு என்றும் கூறலாம்.

**உதாரணமாக :** ஒரு குழந்தையின் எடை அதிகமாக அதிகமாக அதன் உயரமும் அதிகமாகும். இது எடைக்கும் , உயரத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு.

மழையின் அளவு கூடினால் விளச்சல் கூடும்.இது மழைக்கும் விளச்சலுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு.

இவ்வாறு தொடர்புடைய இரு மாறிகளுக்கு இடையேயுள்ள உறவினைப் பற்றி படிப்பது உடன்தொடர்பு ஆகும்.

**உடன்தொடர்பின் வகைகள் (Types of Correlation)**

1. நேரிடை, எதிரிடை உடன் தொடர்பு (Positive and negative correlation)
2. எளிமையான , பன்முக ,பகுதி உடன் தொடர்பு )Simple multiple partial correlation)
3. நேர்கோட்டு , வளைகோட்டு உடன் தொடர்பு ( Linear and non linear correlation

**1.நேரிடை, எதிரிடை உடன் தொடர்பு (Positive and negative correlation)**

| **வ.எண்** | **நேரிடை உடன் தொடர்பு** | **எதிரிடை உடன் தொடர்பு** |
|---|---|---|
| 1 | இரண்டு மாறிகளின் மதிப்புக்களில் ஏற்படுகின்ற மாற்றம் ஒரே திசையில் நடைபெற்றால் அதனை **நேரிடை உடன் தொடர்பு** எனப்படும். | இரண்டு மாறிகளின் மதிப்புக்களில் ஏற்படுகின்ற மாற்றம் வெவ்வேறு திசையில் நடைபெற்றால் அதனை **எதிரிடை உடன் தொடர்பு** எனப்படும |
| 2. | ஒரு மாறியின் மதிப்புகள் அதிகரிக்கும் போது மற்ற மாறியின் மதிப்புகளும் அதிகரிக்கும் அதைபோன்று ஒரு மாறியின் மதிப்பு குறைந்து கொண்டே சென்றால் மற்ற மாறியின் மதிப்பும் குறைந்து கொண்டே செல்லும். | ஒரு மாறியின் மதிப்புகள் அதிகரிக்கும் போது மற்ற மாதிரியின் மதிப்பு குறையும் அதைபோன்று ஒரு மாதிரியின் மதிப்பு குறைந்து கொண்டே சென்றால் மற்ற மாதிரியின் மதிப்பும் அதிகரித்து கொண்டே செல்லும் |
| 3. | **எ.கா :** உயரம் கூடினால், | **எ.கா :** தானியங்களின் விளச்சல் |

| | | |
|---|---|---|
| | எடையும் கூடும் , மழையளவும் குறைந்தால், விளைச்சலும் குறையும். | அதிகமானால் சந்தையில் விலை குறையும், விளைச்சல் குறைந்தால் விலை அதிகமாகும். |

## 2.எளிமையான , பன்முக ,பகுதி உடன் தொடர்பு (Simple multiple partial correlation)

### 2.1.எளிமையான உடன் தொடர்பு (Simple correlation)

ஏதோனும் இரண்டு மாறிகளுக்கிடையே மாறிகளுக்கிடையே மட்டும் நிலவும் உடன் பாட்டை ஆய்வின் எளிமையான அல்லது சாதாரண உடன் தொடர்பு எனப்படும்.

**உதாரணமாக :** விளைச்சலின் அளவுக்கும், மழையின் அளவுக்கும் உள்ள தொடர்பை பற்றி அறிவது.

### 2.2. பன்முக ,உடன் தொடர்பு (multiple correlation)

இரண்டுக்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்குகிடையே உள்ள தொடர்புபற்றி அறிவது பன்முக உடன் தொடர்பு எனப்படும்.

**உதாரணமாக :** விளைசல், மழை, உரம், மண்ணின் தன்மை, இவைகளுக்கு இடையே தொடர்பை பற்றி அறிவது , வயது, உயரம்,எடை, உணவு ஆகியவைகளுக்கு இடையேயான தொடர்பை பற்றி அறிவது.

### 2.3.மொத்த உடன் தொடர்பு (Total correlation)

ஒரு மாறியின் எல்லா பண்புகளையும் பற்றி படிப்பது மொத்த தொடர்பு எனப்படும்.

### 2.4. பகுதி உடன் தொடர்பு (partial correlation)

ஒரு மாறியின் உள்ள பல பண்புகளில், தேவையானவற்றை மட்டும் பற்றி ஆய்வு செய்வது பகுதி உடன் தொடர்பு எனப்படும்.

**3. நேர்கோட்டு , வளைகோட்டு உடன் தொடர்பு ( Linear and non linear correlation)**

| வ.எண் | நேர்கோட்டு உடன் தொடர்பு | வளைகோட்டு உடன் தொடர்பு |
|---|---|---|
| 1 | இரண்டு மாறிகளின் மதிப்புகளில் ஏற்படுகின்ற மாற்றங்கள் ஒரே விகிதத்தில் இருந்தால் அதை நேர்கோட்டு உடன் தொடர்பு எனப்படும். | இரண்டு மாறிகளின் மதிப்புகளில் ஏற்படுகின்ற மாற்றங்கள் வெவ்வேறு விகிதத்தில் இருந்தால் அதை வளைகோட்டு உடன் தொடர்பு எனப்படும். |
| 2. | **எ.கா :** குழந்தையின் உயரம், எடைகணக்கிடப்படுக்போது உயரம் 1cm அதிகரிக்கும் போது எடை 2kg அதிகரிக்கும்மானால் அது 1:2 விகிதம் ஆகும். இதைபோன்று ஒவ்வொரு நிலையிலும் கணக்கிட்டால் அவை ஒரே எண்ணாக இருக்கும். இந்த மதிப்புகளை வரைபடத்தில் புள்ளிகளாக குறித்து வரைகின்ற போது நேர்கோடு கிடைக்கும் எனவே இது **நேர்கோட்டு உடன் தொடர்பு** எனப்படும். | **எ.கா :** குழந்தையின் உயரம், எடைகணக்கிடப்படுக்போது உயரம் 1cm அதிகரிக்கும் போது எடை 2kg, அடுத்தமுறை 3kg, பின் 5kg பின் 2kg என வெவ்வேறு விகிதங்களில் இருந்தால். இந்த மதிப்புகளை வரைப்படத்தில் புள்ளிகளாக குறித்து வரைகின்ற போது வளைகோடாக கிடைக்கும் எனவே இது **வளைகோட்டு உடன் தொடர்பு** எனப்படும். |

## உடன் தொடர்பினை அறியும் முறைகள்

## (Methods of studying Correlation)

உடன் தொடர்பினை அறிவதற்கும் மற்றும் அளவிடுவதற்கும் பல முறைகள் பயன்படுத்த படுகின்றன. அவை

1. சிதறல் விளக்கப்படம் ( Scatter diagram)
2. வரைபடம் (Graph)
3. கார்ல் பியர்சனின் உடன் தொடர்புக் கெழு (Coral pearson's Correlation Co-efficient)
4. தரவரிசை உடன் தொடர்புக் கெழு ( Spearman's Rank Correlation)
5. உடனிகழ் விலக்கக் கெழு

மேற்காணும் முறைகளில் முதல் இருமுறைகளும் விளக்கப்படம் மற்றும் வரைபடங்கள் மூலம் உடன் தொடர்பினை அறிவதாகும். மற்ற மூன்று முறைகளும் கணித முறையாகும்.

### 1. சிதறல் விளக்கப்படம் ( Scatter diagram)

இம்முறையில் இருமாறிகளுக்கு இடையே அமைந்துள்ள உடன்தொடர்பை அறிய.ஒரு மாறியின் மதிப்பை X-அச்சியிலும் மற்றொரு மாறியின் மதிப்பை Y-அச்சியிலும் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு X- மதிப்புக்கும் இணையான Y- மதிப்பினை வரைபடத்தில் புள்ளிகளாகக் குறிக்க கிடைக்கம் வரைபடமே **சிதறல் விளக்கபடம்** ஆகும்.

1.சிதறல் விளக்கப்படத்தில் புள்ளிகள் கீழ்ருந்து மேல் நோக்கி இடமிருந்து வலமாகக் செல்லும் நேர்கோடாக அமையப்பெற்றிருந்தால் அந்த இரு மாறிகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு முழுமையான **நேரிடை உடன் தொடர்பு** எனப்படும;.(Perfect Positive correlation)

$$\boldsymbol{\gamma = +1}$$

2.இப்புள்ளிகளின் அமைப்பு மேலிருந்து கீழ்நோக்கி இடமிருந்து வலமாகச் செல்லும் நேர்கோடாக இருப்பின் அது முழுமையான **எதிரிடை உடன்தொடர்பு** ஆகும்( perfect negative correlation)

$$\gamma = -1$$

3.இப்புள்ளிகளின் அமைவு ஒரே நேர்கோடாக அல்லாமல் கீழிருந்து மேல்நோக்கி இடமிருந்து வலமாக மிகவும் **செறிந்து காணப்பட்டால் அது அதிகமான நேரிடை உடன்தொடர்பு எனப்படும்.** (High degree of positive correlation) **γ=** ஒன்றை விட சற்று குறைசாக இருக்கும்.

(0.9 - 0.7)

4.இப்புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோடாக இல்லபமல், மேலிருந்து கீழ்நோக்கி இடமிருந்து வலமாக மிகவும் நெருக்கமாக காணப்பட்டால் **அதிகமான எதிரிடை உடன்தொடர்பு** ஆகும் (High drgree of negative correlation) **γ=** மதிப்பு -1 விட சற்று குறைவாக இருக்கும்.

(-0.9 முதல் -0.7வரை)

5.சிதறல் விளக்கப்படத்திலுள்ள புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோடாக இல்லபமல், மேலிருந்து கீழ்நோக்கி இடமிருந்து வலமாக ஒரளவு நெருங்கி காணப்பட்டால் இது **குறைவான நேரிடை உடன் தொடர்பு** ஆகும். (Moderate degree of positive correlation) **γ=** மதிப்பு (0.4 முதல் 0.7) க்குள் இருக்கும்.

6.இந்த புள்ளிகளின் அமைப்பு இடமிருந்து வலமாக, மேல்லிருந்து கீழ்நோக்கி ஒரளவு செறிந்து காணப்பட்டால் . அத்தொடர்டபை குறைவான **எதிரிடை உடன் தொடர்பு** (Moderately Negative correlation) ஆகும். **γ=** மதிப்பு (-0.4 முதல் -0.7) க்குள் இருக்கும்.

7.இப்புள்ளிகள் எவ்விதமான போக்கினையும் காட்டாது எல்லா பக்கங்களிலும் மிகவும் சிதறிக் காணப்பட்டால் அதை அருமாறிகளுக்கும் இடையில் **உடன் தொடர்பு இல்லை** (No Correlation) எனப்படும். **γ=** மதிப்பு (0)

**சிதறல் விளக்கப்படம் நிறைகள்**

1.மிக எளிதில் தொடர்பினை அறிய முடியும்.

2.கணக்கிட வேண்டிய சிரமம் இல்லை.

3.மிகவும் அதிக அல்லது குறைந்த மதிப்புகளால் பாதிக்கப்படுவதில்லை.

**சிதறல் விளக்கப்படம் குறைகள்**

1.துல்லியமானமுறை அல்ல.

2.சரியான மதிப்பை அளவிட முடியாது.

# கார்ல் பியர்சன் உடன் தொடர்புக் கெழு

# (Karl Pearson's Coefficient of Correlation)

கார்ல பியர்சன் என்பவர் இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையேயுள்ள உடன்தொடர்பினைத் துல்லியயமாக அளவிட்டு கூறியுள்ளார். எனவே இது **கார்ல பியர்சன் உடன் தொடர்புக் கெழு** எனப்படும்.

இது ஒரு கணிதவியல் முறையாகும். இதை $\gamma$ என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. கணக்கிடப்படுகின்ற $\gamma$ ன் மதிப்பு -1 க்கும் + 1 க்கும் இடையில் இருக்கும்.

| **வ.எண்** | **பெயர்** | **மதிப்பு** |
|---|---|---|
| 1. | உடன் தொடர்பு இல்லை(No Correlation) | $\gamma$= 0 |
| 2 | முழுமையான நேரிடை உடன் தொடர்பு | $\gamma$= 1 |
| 3 | முழுமையான எதிரிடை உடன் தொடர்பு | $\gamma$= -1 |
| 4 | மிகவும் அதிகமான நேரிடை உடன் தொடர்பு | $\gamma$= 0.9 to 0.1 |
| 5. | மிகவும் அதிகமான எதிரிடை உடன் தொடர்பு | $\gamma$= -0.9 to -0.1 |
| 6 | அதிக நேரிடை உடன் தொடர்பு | $\gamma$= 0.7 - 0.9 |

| | | |
|---|---|---|
| 7. | அதிகஎதிரிடை | **γ=** (-0.9 முதல் -0.7வரை) |
| 8. | இடைப்பட்ட நேரிடை உடன் தொடர்பு | **γ=** 0.4 - 0.9 |
| 9. | குறைந்த நேரிடை உடன் தொடர்பு | **γ=** 0.2 - 0.4 |
| 10. | மிககுறைந்த நேரிடை உடன் தொடர்பு | **γ=** 0.1 - 0.2 |
| 11 | மிககுறைந்த எதிரிடை | **γ=** -0.1 to -0.2 |

$\gamma$ ன் மதிப்பை காண்கபதற்கான சூத்திரம்

$$\boldsymbol{\gamma} = \sum \boldsymbol{dxdy} / \sqrt{\sum \boldsymbol{dx^2} + \sum \boldsymbol{dy^2}}$$

$$dx = x - X, \quad dy = y - Y$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் உடன் தொடர்பு கணக்கிடுக.

| length | weight | dx=x-X | Dy=y-Y | dxdy | $dx^2$ | $dy^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2.0 | 1-5=-4 | 2.0-3.3=-1.3 | -4x-1.3=5.2 | 16 | 1.69 |
| 3 | 2.0 | 3-5=-2 | 2.0-3.3=-1.3 | -2x-1.3=2.6 | 4 | 1.69 |
| 4 | 3.0 | 4-5=-1 | 3.0-3.3=-0.3 | -1x-0.3=0.3 | 1 | 0.09 |
| 6 | 4.0 | 6-5=1 | 4.0-3.3=0.7 | 1x0.7=0.7 | 1 | 0.49 |
| 7 | 4.0 | 7-5=2 | 4.0-3.3=0.7 | 2x0.7=1.4 | 4 | 0.49 |
| 9 | 5 | 9-5=4 | 5.0-3.3=1.7 | 4x1.7=6.8 | 16 | 2.89 |
| ∑x=30 | ∑y=30 | | | Dxdy= 17 | $dx^2$=42 | $dy^2$=7.34 |

**செய்முறை**

1. நீளத்தை X எனவும் எடையை Y எனவும் கொள்க.
2. நீளத்தை கூட்டுசராசரியை காண வேண்டும் X= ∑x/N
3. எடைக்கான கூட்டுசராசரியை வேண்டும் Y=∑y/N
4. dx ன் மதிப்பு காண,ஒவ்வொரு X-ன் மதிப்பையும் X- மதிப்பிலிருந்து கழித்தால் கிடைப்பது னஒ ஆகும். dx= (x-X)

5. dxன் மதிப்பு காண,ஒவ்வொரு Y-ன் மதிப்பையும் Y- மதிப்பிலிருந்து கழித்தால் கிடைப்பது னழ ஆகும். dy= (y-Y)
6. dx மற்றும் dy மதிப்புகளையும் பெருக்கி வருவது dxdy ஆகும்.
7. எல்லா dxdy மதிப்புகயையும் கூட்டி $\sum$ dxdy காண வேண்டும்.
8. dx ன் மதிப்பை அதேமதிப்பால் பெருக்கி $dx^2$ காண வேண்டும்.
9. அவை அனைத்தையும் கூட்டி$\sum dx^2$ காண வேண்டும்.
10. dy ன் மதிப்பை அதேமதிப்பால் பெருக்கி $dy^2$ காண வேண்டும்.
11. அவை அனைத்தையும் கூட்டி$\sum dy^2$ காண வேண்டும்.
12. சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி உடன் தொடர்பினை காண வேண்டும்.

$$X= \sum x/N = 30/6= 5 \text{ , } Y=\sum y/N = 20/6 = 3.3$$

$$\boldsymbol{\gamma = \sum dxdy / \sqrt{\sum dx^2 X \sum dy^2}}$$

$$\boldsymbol{\gamma = 17 / \sqrt{42X7.34}}$$

$$\boldsymbol{\gamma = 17 / \sqrt{308.28}}$$

$$\gamma = 17 / 17.57$$

$$\boldsymbol{\gamma = 0.967}$$

**முடிவு**

**$\gamma$ ன்** மதிப்பு 0.967 என்பதால் மீன்களின் நீளம்,எடை என்கின்ற மாறிகளுக்கு இடையே ஆன தொடர்பு மிகவும் அதிகமான நேரிடை உடன் தொடர்பு கொண்டது.

# ஸ்பியர்மானின் தரவரிசை உடன்தொடர்பு கெழு

# (spearman's Rank Correlation coefficient)

துரவரிசை உடன் தொடர்பு பேராசிரியர் சார்லஸ் ஸ்பியர்மான் என்பவரால் 1904 ஆம் ஆண்டு அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது. கார்ல் பியர்சானின் உடல் தொட்பில் புள்ளிவிவரத்தில் இருக்கும் மாறியின் மதிப்புகளின் அடிப்படையில் கணக்கிடப்பட்டது. ஆனால் ஸ்பியர்மான் தரவரிசை உடன் தொடர்பில் மாறிகளின் மதிப்புகளுக்கு பதிலாக அவற்றின் தரங்கள் (சயமௌ) அல்லது மதிப்பிடங்கள் கயன்படுத்தப்பட்டு கணக்கிடப்படும். கார்ல் பியர்சானின் உடன்தொடர்பு மதிப்பு +0 முதல் 1 முடிய உள்ள மதிப்புக்கிளில் எனவயேனும் ஒன்றாக இருக்கும்.

ஸ்பியர்மானின் தரவரிசை உடன்தொடர்பு காண்பதற்கான சூத்திரம்

$$\gamma = 1- 6\sum D^2/(n^3-n)$$

இதில் D என்பது, (R1-R2), R1 என்பது முதல்மாறியின் மதிப்பிடங்கள் அல்லது தரங்கள் , R2 உன்பது இரண்டவது மாறியின் மதிப்பிடங்கள் அல்லது தரங்கள் N உனபது பொடுக்கப்பட்டுள்ள ஜோடி உறுப்புக்கள்.

தரவரிசை உடன் தொடர்பு காண இருவகையான கணக்குகள் தரலாம்.

1. தரவரிசை படுத்தி கொடுக்கலாம்.
2. தரவரிசை படுத்தாமல் புள்ளிவிவரத்ததை அப்படியே கொடுக்கலாம்.

**1.தரவரிசை மட்டும் கொடுத்திருந்தால்**

1.முதல் மாதிரி R1 யிலிருந்து இரண்டாவது மாறிலி R2 வை கழித்து கிடைப்பது D ஆகும்.

2.D யின் வர்கம் கண்டன்டால் $D^2$ கிடைக்கும்.

3. $D^2$ ன் மதிப்புகளை கூட்டினால் $\sum D^2$ கிடைக்கும்.

4.சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி உடன்தொடர்பை காணலாம்

$$\gamma = 1 - 6\sum D^2/(n^3-n)$$

உதாரணமாக: 10 மாணவர்கள் இரு பாடங்களில் எடுத்த மதிப்பெண்களுக்கு தரவரிசை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அம்மாணவர்களின் அறிவு இருபாடங்களிலும் தொடர்பு உள்ளனவா என கண்டறிக.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| புள்ளியியல் | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| உயிரியல் | 2 | 4 | 1 | 5 | 3 | 9 | 7 | 10 | 6 | 8 |

**தீர்வு**

| புள்ளியியல் தரவரிசை R1 | உயிரியல் தரவரிசை R2 | D = R1-R2 | $D^2$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | -1 | 1 |
| 2 | 4 | -2 | 4 |
| 3 | 1 | 2 | 4 |
| 4 | 5 | -1 | 1 |
| 5 | 3 | 2 | 4 |
| 6 | 9 | -3 | 9 |
| 7 | 7 | 0 | 0 |
| 8 | 10 | -2 | 4 |
| 9 | 6 | 3 | 9 |
| 10 | 8 | 2 | 4 |
| | | | $\sum D^2=40$ |

$$\gamma = 1 - 6\sum D^2/N(N^2-n)$$

$$= 1 - 6x40/\ 10x(100-10)$$

$$= 1- 240/990$$

$$= 1-0.24$$

$$= 0.76$$

**முடிவு**

இரண்டு பாடங்களிலும் மாணவர்களின் அறிவு திறன் நேரடியாக ஓரளவு ஒத்துள்ளது.

**2.தரவரிசை கொடுக்காமல் புள்ளிவிவரங்கள் மட்டும் கொடுத்திருந்தால்**

**எ.கா :** 10 மாணவர்கள் கணிதம் மற்றும் அறிவியல் பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.இதன் தரவரிசை உடன் தொடர்பு கெழு காண்க.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| கணிதம் | 80 | 85 | 75 | 90 | 88 | 79 | 70 | 95 | 65 | 68 |
| அறிவியல் | 90 | 75 | 95 | 85 | 80 | 70 | 78 | 89 | 72 | 83 |

1.கணிதத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்களை X என்றும் அவற்றின் தரவரிசையை R1 எனவும் கொள்க.

2.அறிவியல் பெற்ற மதிப்பெண்களை Y என்றும் அவற்றின் தரவரிசையை R2 எனவும் கொள்க.

3.எந்த மாணவர் அதிக மதிப்பெண் பெற்றுள்ளனோ அவனுக்கு தரம் ஒன்றும், அதைவிட குறைவாக உள்ளவர்க்கு தரம் 2 என குறிப்பிட வேண்டும்.

4.R1 ல் இருந்து R2 கழித்து D காண வேண்டும் (R1-R2=D)

5.D யின் வர்க்கம் கண்டால் $\mathbf{D^2}$ ஆகும். ($D \times D=D^2$)

6. D யின் மதிப்புகளை கூட்டினால் $\sum \mathbf{D^2}$ கிடைக்கும்.

7.சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி உடன் தொடர்பினை காண்க.

| கணிதம் X | R1 | அறிவியல் Y | R2 | D | $D^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 80 | 5 | 90 | 2 | 3 | 9 |
| 85 | 4 | 75 | 8 | -4 | 16 |
| 75 | 7 | 95 | 1 | 6 | 36 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 90 | 2 | 85 | 4 | -2 | 4 |
| 88 | 3 | 80 | 6 | -3 | 9 |
| 79 | 6 | 70 | 10 | -4 | 16 |
| 70 | 8 | 78 | 7 | 1 | 1 |
| 95 | 1 | 89 | 3 | -2 | 4 |
| 65 | 10 | 72 | 9 | 1 | 1 |
| 68 | 9 | 83 | 5 | 4 | 16 |
| | | | | | $\sum d^2 = 112$ |

$$\gamma = 1 - 6\sum D^2/(n^3-n)$$

$$= 1 - 6x\ 112/\ (10x10x10) - 10$$

$$= 1 - 672/\ 1000-10$$

$$= 1 - 672/990$$

$$= 1 - 0.679$$

$$= 0.321$$

**3.ஓரே மாதிரியான மதிப்பு திரும்ப திரும்ப வரம் போது அல்லது சமமான தரங்கள் வரும்போது தரவரிசை உடன்தொடர்பு காணும் சூத்திரம்.**

$$\gamma = 1- \frac{6\ (\sum D2+M3-M/12)}{(N3-N)}$$

சில வேளைகளில் கொடுக்கப்பட்ட மாறிகளின் சில மதிப்புக்கள் ஒன்றுபோல் இருக்கும். உதாரணமாக 30 என்ற மதிப்பு இருமுறைவந்து மற்றும் 6வது தரத்தை பெறும் போது 5,6 என்று தரம்கொடுக்காமல் இரண்டு 30 க்கும் இதன்தரத்தின் சராசரியான 5.5 கொடுக்க வேண்டும். (5+6/2= 5.5). மூன்று முறை வந்திருந்தால (5+6+7/3=6) மூன்றுக்கும் தரவரிசை 6 என்று கொடுக்க வேண்டும்.

இவ்வாறு ஓரே மாதிரியான மதிப்புகள் எத்தனை முறை வந்துள்ளதே அத்தனை முறை 1/12(m3-m) சூத்திரத்தில் கீழ்கண்டவாறு பயன்படுத்த வேண்டும்.

$$\gamma = 1- \frac{6\left(\sum D2+\frac{1}{12(m3-m)}+\frac{1}{12(m3-m)}+\cdots ....\right)}{(N3-N)}$$

பின் வரும் விவரங்களுக்கு தரவரிசை உடன்தொடர்பு காண்க.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 68 | 64 | 75 | 50 | 64 | 80 | 75 | 40 | 55 | 64 |
| Y | 62 | 58 | 68 | 45 | 81 | 60 | 68 | 48 | 50 | 70 |

| X | R1 | Y | R2 | D | $D^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 68 | 4 | 62 | 5 | -1 | 1 |
| 64 | 6 | 58 | 7 | -1 | 1 |
| 75 | 2.5 | 68 | 3.5 | -1 | 1 |
| 50 | 9 | 45 | 10 | -1 | 1 |
| 64 | 6 | 81 | 1 | 5 | 25 |
| 80 | 1 | 60 | 6 | -5 | 25 |
| 75 | 2.5 | 68 | 3.5 | -1 | 1 |
| 40 | 10 | 48 | 9 | 1 | 1 |
| 55 | 8 | 50 | 8 | 0 | 0 |
| 64 | 6 | 70 | 2 | 4 | 16 |
| | | | | | $\sum d^2 =$ 72 |

இங்கு X-ன் தரங்களை R1, என்றும் Y-ன் தரங்களை R2 என்றும் கொள்வோம்.

X-ல் 64 என்ற எண் மூன்று முறையும், 75 என்ற இரண்டு முறையும், Y-ல் 68 என்ற எண் இரண்டு முறையும் வந்துள்ளதால் சூத்திரத்தில் 1/12(m3-m) என்பதை மூன்று முறை எழுத வேண்டும்.

$$\gamma = 1- \frac{6\,(\sum D2+\frac{1}{12\,(m\,3-m)}+\frac{1}{12\,(m\,3-m)})}{(N3-N)}$$

$$\gamma = 1- \frac{6\,(72+\frac{1}{12\,(33-3)}+\frac{1}{12\,(23-2)}+1/12\,(22-2))}{(103-10)}$$

$$\gamma = 1- \frac{6\,(72+\frac{1}{12\,(27-3)}+\frac{1}{12\,(8-2)}+1/12\,(8-2)}{(1000-10)}$$

$$\gamma = 1- \frac{6\,(72+2+0.5+0.5)}{(1000-10)}$$

$$\gamma = 1- \frac{6\,(72+2+0.5+0.5)}{(990)}$$

$$\gamma = 1- \frac{450}{990}$$

$$\gamma = 1-0.455$$

$$\gamma = 0.545$$

# தொடர்புப் போக்கு

# (Regression)

இரண்டு அல்லது அதற்க்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பினை பற்றி ஆய்ந்து அளவிடுவது **தொடர்புப் போக்கு** எனப்படும்.

இரண்டு மாறிகளுக்கிடையே உடன் தொடர்பு இருக்கின்ற போது ஒரு மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றம் எந்த அளவிற்க்கு அதனோடு தொடர்புடைய மற்ற மாறியில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்துகின்றது என்பதைத் தொடர்புப் போக்கு மூலம் அறியமுடியும்.

இதனால் தெரிந்த ஒரு மாறியின் மதிப்பின் மூலம் , அதனோடு தொடர்பு உடைய தெரியாத மற்ற ஒரு மாறியின் மதிப்பை தெரிந்து கொள்ள முடியும்.

ஒரு தொடர்புப் போக்கில் உள்ள இரு மாறிகளில் ஒன்று தன்னிச்சையான மாறிலி என்றும் மற்றொன்று சார்ந்துள்ள மாறிலி என்றும் கூறப்படுகிறது.

உதாரணமாக மழைபெய்த அளவுக்கும், பயிர்களின் விளச்சலுக்கும் உடன் தொடர்புடையவை ஆகும்.

இதில் மழை பெய்த அளவு தன்னிச்சை மாறிலி பயிர்களின் விளச்சல் மழைபெய்த அளவை சார்ந்துள்ள மாறிலி ஆகும்.

தொடர்பு போக்கு ஆய்வின் மூலம் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு மழை பெய்தால் எவ்வளவு விளைச்சல் இருக்கும் என்பதை கணக்கிட முடியும்.

## தொடர்புப் போக்கின் வகைகள் (Types of regression)

தொடர்புப் போக்கினை மூன்று வகையாக பிரிக்கலாம். அவை

1. எளிமையான மற்றும் பன்முக தொடர்புப் போக்கு(simple and multiple)
2. நேர்கோட்டு மற்றும் வளைகோட்டு தொடர்புப் போக்கு (Lineer and non-Lineer)
3. முழுமையான மற்றும் பகுதி தொடர்புப் போக்கு (total and Partial regression)

**1.எளிமையான மற்றும் பன்முக தொடர்புப் போக்கு (simple and multiple)**

இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையேயான தொடர்பினை பற்றி ஆய்வு செய்வது **எளிய தொடர்புப் போக்கு** எனப்படும்.

இரண்டுக்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையேயான தொடர்பினை பற்றி ஆய்வு செய்வது **பன்முக தொடர்புப் போக்கு** எனப்படும்.

**2. நேர்கோட்டு மற்றும் வளைகோட்டு தொடர்புப் போக்கு (Lineer and non-Lineer)**

ஒரு தொடர்புப் போக்கில் அமைந்துள்ள மாறிகளின் மதிப்புக்களின் மாற்றவிகிதங்கள் மாறாமல் ஒரே விகிததத்தில் இருப்பின் அவை **நேர்கோட்டு தொடர்புப் போக்கு** எனப்படும்.

ஒரு தொடர்புப் போக்கில் அமைந்துள்ள மாறிகளின் மதிப்புக்களின மாற்ற விகிதங்கள் ஒரே விகிதங்கள் ஓரே விகிதத்தில் இல்லபமல் மாறுபட்டு இருப்பின் இவை **வளைகோட்டு தெடர்புப் போக்கு** எனப்படும்.

**3.முழுமையான மற்றும் பகுதி தொடர்புப் கேபக்கு (total and Partial regression**

ஒரு பண்பைப்ற்றி ஆய்வு செய்யும் போது , அதோடு தொடர்புடைய எல்லா மாறிலிகளையும் பற்றி ஆய்வு செய்வது **முழுமையான தொடர்புப் போக்கு** எனப்படும்.

ஒரு பண்பைப் பற்றி ஆய்வு செய்யும்போது ,அதோடு தொடர்புடைய எல்லா மாறிகளையும் பற்றி ஆய்வு செய்யாமல் நமக்கு தேவையான மாறிகளை மட்டும் பற்றி ஆய்வு செய்வது **பகுதி தொடர்புப் போக்கு** எனப்படும்.

நாம் இங்கு எளிமையான தொடர்புப் போக்கு பற்றி காண்போம்.

**தொடர்புப் போக்கினை அறியும் முறைகள் (Methods of Studying Regression)**

தொடர்புப் போக்கினை இரண்டு முறைகளில் படிக்கலாம்

1.விளக்கபடம் முறை (Graphic method)

2.சமன்பாடு முறை (Algebraic method)

**தொடர்புப் போக்கு கோடுகள்**

தொடர்புப் போக்கினைப் பற்றி படிக்கின்ற போது நாம் தனித்த மாறியின் மதிப்பை X- அச்சியிலும், சார்ந்த மாறியின் மதிப்பினை Y- அச்சியிலும் குறிக்கவேண்டும். குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் போது கிடைக்கும் கோடு **தொடர்புப் போக்கு கோடு** எனப்படும்.

இவ்வாறு விளக்கப்படம் மூலம் பிரதிபலித்து காட்டுவது தொடர்புக் கோடு ஆகும். இதில் இருவகையான தொடர்புக் கோடுகள் கிடைக்கின்றன.

1. Y- இல் X- ன் தொடர்புக் கோடு.
2. X-இல் Y- ன் தொடர்புக் கோடு.

X- ன் மதிப்பு Y- ன் மதிப்பைச்சார்ந்து இருக்கின்ற போது வரையப்படும் தொடர்புக் கோடு Y- இல் X- ன் தொடர்புக் கோடு என்றும்.

Y- ன் மதிப்பு X- ன் மதிப்பைச்சார்ந்து இருக்கின்ற போது வரையப்படும் தொடர்புக் கோடு X- இல் Y- ன் தொடர்புக் கோடு என்றும்.

இவ்வாறு வரையப்படும் இரண்டு தொடர்புப் போக்கு கோடுகளும் ஒன்றை ஒன்று X,Y என்ற புள்ளிகளில் வெட்டிக் கொள்ளும்.

இரண்டு மாறிகளின் தொடர்புப் போக்குக்கோடுகளின் அமைப்புக்களிலிருந்து அவைகளுக்கிடையே உள்ள உடன் தொடர்பினைப் பற்றி அறியமுடியும்.அவற்றை இங்கு பார்ப்போம்.

இரண்டு தொடர்புப் போக்குக் கோடுகளும் ஒன்றின் மீது ஒன்று படிந்தால் அக்கோடு இடமிருந்து வலமாக கீழ் இருந்து மேலாக செல்லுமாயின் அவ்விரு மாறிகளும் முழுமையான நேரிடை உடன் தொடர்பாகும்.

இரண்டு தொடர்புப் போக்கு கோடுகளும் ஒன்றின் மீது ஒன்று படிந்து அக்கோடு மேலிருந்து கீழ்ாக இடமிருந்து வலமாகச் சென்றால் அந்த இரு மாறிகளுக்கு இடையே முழுமையான எதிரிடை உடன் தொடர்பு இருக்கும்.

இரண்டு தொடர்புக் கோடுகளும் ஒன்றை ஒன்று நெருங்கி அமைந்திருந்தால் அந்த இரண்டு மாறிகளுக்கும் இடையில் அதிகஅளவு உடன் தொடர்பு இருக்கும்.

இரு கோடுகளும் ஒன்றுக் கொன்று விரிந்து காணப்பட்டால் அவ்விரு மாறிகளுக்கும் இடையே மிககுறைந்த அளவு உடன்தொடர்பு இருக்கும்.

இரண்டு கோடுகளும் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொண்டால் அவ்விரு மாறிகளுக்கு இடையே எவ்வித உடன் தொடர்பும் இருக்காது.

**2.சமன்பாடு முறை**

இரண்டு வகையான தொடர்புபோக்கு சமன்பாடுகள் எழுதலாம் அவை

1.Y இல் X ன் தொடர்பு போக்கு

இச்சமன்பாடுபாட்டில் X-ன் மதிப்பு Y-இன் மதிப்பை சார்ந்து அமைந்திருக்கும்.

$$(x\text{-}X)=\gamma\frac{\sigma x}{\sigma y}(y\text{-}Y)$$

X = x ன் கூட்டுசராசரி

Y= y ன் கூட்டுசராசரி

$\sigma x$ = x ன் திட்டவிலக்கம்

$\sigma y$ = y ன் திட்டவிலக்கம்

$\gamma$ = x,y களின் உடன்தொடர்பு

2.X இல் Y ன் தொடர்பு போக்கு சமன்பாட்டில், Yன் மதிப்பு X-ன் மதிப்பை சார்ந்து அமைந்திருக்கும்.

$$(y\text{-}Y)=\gamma\frac{\sigma y}{\sigma x}(x\text{-}X)$$

எ.கா : ஒரு மீனின் வளர்ச்சிநிலைகளின் உடலின் மொத்த நீளமும், தலையின் நீளமும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் மீனின் மொத்த நீளம் 200செ.மீ ஆக இருக்கும் போது தலையின் நீளம் என்ன என காண்க.

| உடல் மொத்த நீளம் செ.மீ | 122 | 144 | 164 | 172 | 179 | 180 | 186 | 198 | 219 | 226 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| தலையின் நீளம் செ.மீ | 38 | 48 | 53 | 55 | 56 | 56 | 59 | 64 | 68 | 73 |

இதில் x என்பது மீனின் மொத்த நீளத்தையும் , Y என்பது அதன் தலையின் நீளத்தையும் குறிப்பதாக கொள்வோம்.

y- ல் Xன் தொடர்புபோக்கு சமன்பாடு $(x\text{-}X)= \gamma \frac{\sigma x}{\sigma y} (y\text{-}Y)$

$$\text{இதில்}\ \gamma \frac{\sigma x}{\sigma y} = bxy$$

$$bxy\ \text{கான சூத்திரம்} = bxy = \frac{\sum xy}{\sum y2}$$

x- ல் yன் தொடர்புபோக்கு சமன்பாடு $(y\text{-}Y)= \gamma \frac{\sigma y}{\sigma x} (x\text{-}X)$

$$\text{இதில்}\ \gamma \frac{\sigma y}{\sigma x} = byx$$

$$byx\ \text{கான சூத்திரம்} = byx = \frac{\sum xy}{\sum x2}$$

முதலில் X ,Y இவற்றின் மதிப்புகளைக் கணக்கிட வேண்டும்.

குறிப்பு : X ,Y ஆகியவை முழு எண்ணாக இருந்தால் bxy, byx காண சூத்திரத்தை பயன்படுத்தலாம். முழு எண்ணாக இல்லாத கோது கீழ்வரும்.

$$bxy= \frac{N\sum xy - \sum xx \sum y}{N\sum x2 - \sum(x)2}\ \text{ம்}\ byx= \frac{N\sum xy - \sum xx \sum y}{N\sum y2 - \sum(y)2}$$

| X | X= (x-X) | $X^2$ | Y | Y= (y-Y) | $Y^2$ | xy |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 122 | -57 | 3249 | 38 | -19 | 361 | 1083 |
| 144 | -35 | 1225 | 48 | -9 | 81 | 315 |
| 164 | -15 | 225 | 53 | -4 | 16 | 60 |
| 172 | -7 | 49 | 55 | -2 | 4 | 14 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 179 | 0 | 0 | 56 | -1 | 1 | 0 |
| 180 | 1 | 1 | 56 | -1 | 1 | -1 |
| 186 | 7 | 49 | 59 | 2 | 4 | 14 |
| 198 | 19 | 361 | 64 | 7 | 49 | 133 |
| 219 | 40 | 1600 | 68 | 11 | 121 | 440 |
| 226 | 47 | 2209 | 73 | 16 | 256 | 752 |
| $\sum x$=1790 | | 8968 | $\sum y$=570 | | 894 | $\sum xy$= 2810 |

X= $\sum x$/N = 1790/10= 179 , Y= $\sum y$/N = 570/10= 57

bxy $= \frac{\sum xy}{\sum y2} = \frac{2810}{894}$ = 3.14 , byx $= \frac{\sum xy}{\sum x2} = \frac{2810}{8968}$ = 0.31

y- ல் Xன் தொடர்புபோக்கு சமன்பாடு (x-X)= $bxy$ (y-Y)

(x-179)= 3.14(y-57)

(x-179)= 3.14$Y$ - 178.98

x= 3.14$Y$ - 178.98+179

**x= $\mathbf{3.14}\boldsymbol{Y}$ + 0.02**

x- ல் yன் தொடர்புபோக்கு சமன்பாடு (y-Y)= $byx$ (x-X)

(y-57)= 0.31(x-179)

(y-57)= 0.31$x$ – 57.28

y= 0.31$x$ + 57.28-57

**y= $\mathbf{0.31}\boldsymbol{x}$ + 0.28**

மீனின் மொத்த நீளம் X ன் 200 எனில், தலையின் நீளம் Y

y= 0.31$x$ + 0.28

y= 0.31(200)+ 0.28

y= 62+ 0.28

**y= 62.28**

மீனின் மொத்த நீளம் X-200 எனில் தலையின் நீளம் Y 62.28 ஆக இருக்கும்.

**ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் எடைகளின் அளவை கணக்கிட்டு பார்ததில் கிடைத்த முடிவுகள்**

| | உயரம்(செ.மீ) | எடை(கேஜி) |
|---|---|---|
| கூட்டுசராசரி | 153 | 45 |
| திட்டவிலக்கம் | 12 | 4.5 |

$$\gamma = 0.63$$

இதில் மாணவர்களின் எடை 47 எனில் அவன் உயரம் எள்ள.

**தீர்வு**

இதில் X= 153, Y= 45, $\sigma x = 12, \sigma y = 4.5$ ,

$$\gamma = 0.63$$

x- ல் yன் தொடர்புபோக்கு சமன்பாடு (x-X)= $\gamma \frac{\sigma x}{\sigma y}$ (y-Y)

(x-153)= $0.63 \frac{12}{4.5}$ (y-45)

(x-153)= 1.68 (y-45)

(x-153)= 1.68y (-75.6)

x= 1.68y (-75.6+153)

**x= 1.68y+77.4**

y- ல் xன் தொடர்புபோக்கு சமன்பாடு (y-Y)= $\gamma \frac{\sigma y}{\sigma x}$ (x-X)

(y-45)= $0.63 \frac{4.5}{12}$ (x-153)

(y-45)= 0.24(x-153)

(y-45)= 0.24x (-36.72)

y= 0.24x (-36.72+45)

**y= 0.24x +8.28**

மாணவனின் எடை Y, 47 கிலோகிராம் எனில் அவன் உயரம்

$$x= 1.68y+77.4$$

$$x= 1.68(47)+77.4$$

$$x= 78.96+77.4$$

$$x= 156.36$$

மாணவனின் எடை இருந்தால் உயரம் **156.36** ஆக இருக்கும்

# Student's t- test

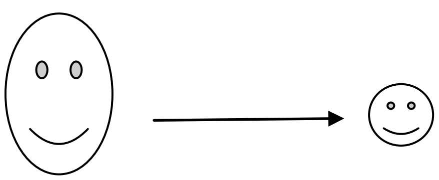
Sir William Gosset (சர் வில்லியம் கோஸ்செட்) என்பவர் சிறிய மாதிரிகளின் முக்கியத்துவம் பற்றி ஆய்வுகள் செய்து அவற்றிள் தொகுப்பை 1905 ஆண்டு வெளியிடட்டார்.இது சிறிய மாதிரிகளின் முக்கியத்துவ சோதனை எனப்படும்.

இவருடைய செல்லப்பெயர் student என்பதால் இதை student 's t test (or) t-test என்று கூறுவர்.

இச்சோதனையை சமவாய்பு மாதிரிகளின் சராசரிகளுக்கு இடையே உள்ள முக்கியத்துவத்தை பற்றி ஆய்வு செய்யவும். இரண்டு மாதிரிகளின் சராசரிகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடுகளை ஆய்வு செய்யும். இச்சோதனையை பயன்படுத்தபடுகிறது.

### 1.Based on mean (சராசரியின் அடிப்படையில்)

### 1.1.Population and one sample



Population sampleType equation here.

$$t = \frac{X-\mu}{SD} \times \sqrt{n}$$

X= sample mean , $\mu$= Population mean, n= sample size

SD =standard deviation of sample.

**Illustration**

A random sample of size 10 had a mean X= 14.3 and sd=1.44 test at the 5% level of significance that the mean of the population $\mu = 15$

ஒரு சமவாய்ப்பு மாதிரியில் உள்ள 10 இலைகளின் நீளங்களின்சராசரி X= 14.3 மற்றும் திட்டவிலக்கம்= 1.44 மாதிரி தேர்வு செய்த தொகுதியின் சராசரி= 15. 5% மட்டத்தில் T-test மூலம் இந்த மாதிரி இந்த தொகுதியில் எடுக்கப்பட்டதா என பார்க்க

$$\mathbf{t = \frac{X-\mu}{SD} \; x \sqrt{n}}$$

$$t = \frac{14.3-15}{1.44} \text{ x } \sqrt{10}$$

$$t = \frac{0.7}{1.44} \text{ x } 3.162$$

கணக்கிட்டு மதிப்பு t = 1.54

df = n-1=10-1=9

**df = 9, at 5% மட்டத்திற்க்கு அட்டவணை மதிப்பு = 2.26**

**Inference கருதுகோள்**

கணக்கீட்டு மதிப்பு(1.54), அட்டவணை மதிப்பு (2.26) விட குறைவாக இருப்பதால் , இந்த கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது. இரண்டு சராசரிகளுக்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடு முக்கியத்துவம் அற்றது. எனவே அந்த மாதிரி இந்த தொகுதியில் இருந்து எடுக்கப்பட்டது.

**2.இரண்டு மாதிரிகளின் சராசரிகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாட்டை ஆய்வுசெள்ள சூத்திரம்.**

$$\mathbf{t = \frac{X1-X2}{s}\ x \quad \sqrt{(n1-n2)/(n1+n2)}}$$

$\mathbf{x_1}$ **=** முதல் மாதிரியின் சராசரி

$\mathbf{x_2}$**=** இரண்டவது மாதிரியின் சராசரி

**S=** திட்டவிலக்கம்

$\mathbf{n_1}$ **=** முதல் மாதிரியின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

$\mathbf{n_2}$ **=**இரண்டவது மாதிரியின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

$$\mathbf{S = \quad \sqrt{(\sum(X1-X2)2+\varepsilon\ (X1+X2)2)\ /\ (n1+n2-2)}}$$

**(or)**

$$\mathbf{S = \quad \sqrt{(\sum\ (d1)2+\varepsilon\ (d2)2)\ /\ (n1+n2-2)}}$$

ஒரு வார வயது வட சில கோழி குஞ்சிகளில் 7 குஞ்சிகளுக்கு அதிகஅளவு புரதஉணவு கொடுத்து வளர்த்து அதன் எடைகள் முறையே 13,16,12,17,15,15,17 ஐந்து குஞ்சுகளுக்கு குறைந்த அளவு புரதஉணவு கொடுத்து வளர்த்து அதன் எடைகள் முறையே 9,11,15,11,14 அதிகபுரதம் கொடுத்து வளர்த்த குஞசுகளின் எடை அதிகரித்துள்ளதா என student’s test பயன்படுத்தி ஆய்க(**df = 10, at 5% மட்டத்திற்க்கு அட்டவணை மதிப்பு = 2.23)**

| $\mathbf{x_1}$ | $\mathbf{x_1-X_1}$ | $\mathbf{(x_1-X_1)^2}$ | $\mathbf{x_2}$ | $\mathbf{X_2-X_2}$ | $\mathbf{(x_2-X_2)^2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 13 | 13-15=-2 | 4 | 9 | 9-12= -3 | 9 |
| 16 | 16-15=1 | 1 | 11 | 11-12=-1 | 1 |
| 12 | 12-15=-3 | 9 | 15 | 15-12=3 | 9 |
| 17 | 17-15=2 | 4 | 11 | 11-12=-1 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 15-15=0 | 0 | 14 | 14-12=2 | 4 |
| 15 | 15-15=0 | 0 | | | |
| 17 | 17-15=2 | 4 | | | |
| **$\sum x_{1=105}$ $X_1=15$** | **$\sum(x_1-X_1)=0$** | **$\sum(x_1-X_1)^2=22$** | **$\sum x_2=60$ $X_2=12$** | **$\sum(X_2-X_2)=0$** | **$\sum(x_2-X_2)^2=24$** |

**கணக்கீடு**

**சூத்திரம்** $t = \frac{X1-X2}{s} x \quad \sqrt{(n1-n2)/(n1+n2)}$

முதலில் s காண வேண்டும். **S =** $\sqrt{(\sum (X1-X2)2 + \varepsilon\,(X1+X2)2)\,/\,(n1+n2-2)}$

$$S = \sqrt{(22+24)\,/\,(7+5-2)}$$

$$S = \sqrt{(46)\,/\,(10)}$$

$$S = 2.14$$

$$t = \frac{X1-X2}{s} x \quad \sqrt{(n1-n2)/(n1+n2)}$$

$$t = \frac{15-12}{2.14} x \quad \sqrt{(7 \text{ x } 5)/(7+5)}$$

$$t = \frac{3}{2.14} x \quad \sqrt{(35)/(12)}$$

$$t = \frac{3}{2.14} x \quad 1.71$$

$$t = 2.397$$

**df = $n_1$+ $n_2$-2**

**df = 7+ 5-2**

**df = 12-2**

**df = 10**

**5% மட்டத்திற்க்கு அட்டவணை மதிப்பு = 2.23**

**கணக்கிடு மதிப்பு = 2.397**

**Inference கருதுகோள்**

கணக்கீட்டு மதிப்பு (2.397), அட்டவணை மதிப்பு (2.23) விட அதிகமாக இருப்பதால் இக்கோட்பாடு நிரகரிக்கப்படுகிறது. இரண்டு மாதிரிகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடு முக்கியதுவம் கொண்டது, ஏன் என்றால் அதிக புரதம் கொடுத்தாதால் கோழிகுஞசுகளின் எடையும் அதிகரித்துள்ளது.

## கைவர்க்க சோதனையும் பொருத்த நேர்த்தியும்

## Chi –Square Test and Goodness of fit

Chi என்ற சொல் கிரேக்க வார்த்தையிலிந்து தோன்றியது. Key என உச்சரிக்கப்படுகிறது.

இதனை ℵ என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.

ℵ2 சோதனையை பிஸ்சர் என்பவரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டு பின்னர் பியர்சன் என்பவரால் தோற்றுவிக்கப்பட்டதாகும்.

கைவர்க்க சோதனை என்பது, பதிலீட்டு மற்றும் எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்களின் விலக்க வர்க்கத்தினை , எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண்களால் வகுக்கப்பட்டதின் கூட்டுத்தொகை கைவர்க்கம் எனப்படும்.

$$x2 = \sum \frac{(O-E)2}{E}$$

x2 = கைவாக்கம்

O= பதிலீட்டு நிகழ்வெண்

E= எதிப்பார்பு நிகழ்வெண்

கைவர்க்க சோதனை பொருத்த நேர்த்தி ஆய்வு செய்வதற்கு பயன்பட்டுவருகிறது. பதிவிடப்பட்ட முடிவு எதிர்பார்ப்பு முடிவுவோடு ஒத்துப் போனால் அம்முடிவு நன்று அல்லது பெருத்தம் நன்று என்பர்.பதிவிடப்பட்ட முடிவு அதிகமாக இருந்தால் அப்பொழுது அம்முடி வுநன்று இல்லை அல்லது இப்பொருத்தம் இல்லை எனப்படுகிறது.

எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்களுக்கும், பதிலீட்டு நிகழ்வெண்களுக்கும் இடைப்பட்ட வேறுபாட்டை கைவர்க்க சோதைனை அளவிடுகிறது. எதிர்பார்ப்பு மற்றும் பதிலீட்டு நிகழ்வெண்களுக்கு இடையே வேறுபாடு இல்லாமல் இருந்தால் அக்கைவர்க்கம் பூஜ்யமாக இருக்கும். x2=0 என்றால இந்த சோதனை அல்லது கோட்பாடு பொருத்தம் என்பது அறியப்படும். மேலும் எதிர்பார்ப்பு மற்றும் பரிலீட்டு நிகழ்வெண்களுக்கு இடையே வேறுபாடு இல்லை, எனவே முக்கியத்துவம் அற்றது. இந்நிலையில் இக்கோட்பாடு ஏற்கப்படுகிறது.

கணக்கிடப்பட்ட x2 ன் மதிப்பு எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண் மதிப்பை விட அதிகமாக இருந்தால் அம்மாறுபாடு முக்கியத்துவம் மிக்கது. இந்நிலையில் இக்கோட்பாடு ஏற்கப்படாமல் நிராகரிக்கப்படுகிறது.

கணக்கிடப்பட்ட x2 ன் மதிப்பு எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண் மதிப்பை விட குறைவாக இருந்தால் அம்மாறுபாடு முக்கியத்துவம் அற்றது. இந்நிலையில் இக்கோட்பாடு ஏற்படுகிறது.

ஆகவே கைவர்க்க சோதனை முக்கியதுவத்தின் ஒரு சோதனையாக உள்ளது.இது ஒரு சோதனையில் பதிலீட்டு நிகழ்வெண்ணும் எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண்ணுக்கும் அடையேயான வேறுபாட்டை சேதிப்பதற்கு கைவர்க சோதனை பயன்படுத்தபடுகிறது.

## தற்சார்பு படிநிலை

# Degree of freedom

சோதைனயில் செயற்படும் சார்புகளின் எண்ணிக்கையை ℵ2 சோதனை சார்ந்துள்ளது. இதுவே தற்சார்பபு படிநிலை என அழைக்கப்படுகிறது.

தற்சார்பு படிநிலை எண்ணிக்கை சார்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காட்டிலும் எப்பொழுதம் ஒன்று குறைவாகவே இருக்கும்.

இதை எளிய வாய்பாடு மூலம் காட்டலாம்

$$df = n-1$$

**df =** என்பது தற்சார்பு படிநிலை, **n** சார்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

நாணயம் சுண்டிவிடும் சோதனையில் தலை அல்லது வால் என்ற இரு சாத்தியங்களேஉள்ளன. எனவே தற்சார்பு படிநிலை **df = 2-1=1** ஆகும்.

**ABO** இரத்த வகை பார்க்கும்போது,ஒரு நபர் A அல்லது B அல்லது AB அல்லது O வகை இரத்தவகை கொண்டிருக்கலாம். எனவே **df = 4-1=3** ஆகும்.

ஒரு பகடையில் எண்களுடன் கூடிய 6 பக்கங்கள் உள்ளன. எனவே **df = 6-1=5** ஆகும்.

# இல்லாநிலை கோட்பாடு

# Null Hypo thesis

கை – வர்க்க சோதனை மேற்கொள்ளப்படும் போது எதிர்பார்ப்பு முடிவுக்களுக்காக ஒரு யுகம் பண்ணப்படுகிறது. இவ்யுகம் இல்லாநிலை கோட்பாடு என அழைக்கப்படுகிறது.

**உதாரணமாக :** ஒரு பண்பு கலப்பு சோதனையில் மெண்டலின் ஒரு பண்பு கலப்பு 3:1 என்பது யுகம் ஆகும். ஒரு நாணயம் சுண்டிவிடும் சோதனையில் 1:1 என்பது யுகம் ஆகும்.

இக்கோட்பட்டின் பதிவிடப்பட்ட மதிப்பு மற்றும் எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு ஆகியவற்றின் இடையேயான வேறுபாடு பூஜ்யம் எனவே இது இல்லாநிலை கோட்பாடு என அழைக்கப்படுகிறது. இக்கோட்டை சுருக்கமாக Ho என குறிப்பிடலாம். H= 0

ஒரு பண்புகலப்பு சோதனை F2 தலைமுறையில் 100 செடிகள் கிடைக்கப்பெற்றால், 75 நெட்டையாகவும்,25 குட்டையாகவும் இருக்கும். 3:1 விகிதம் என நாம் அனுமானிப்போம். இதுவே எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு ஆகும். 72 நெட்டை செடிகளும் 28 குட்டை செடிகளும் தோன்றினால் இக்கோட்பாடு ஏற்றுக்கொள்ளபடுகிறது. இதற்க்கு பதிலாக 60 நெட்டை செடிகளும் 40 குட்டை செடிகளும் தோன்றினால் இக்கோட்பாடு நிராகரிக்கப்படுகிறது.

இவ்வாறு நிராகரிபடும் கோட்பாடு H# 0 எனப்படும். இது மாற்றுநிலை கோட்பாடு எனப்படும்.

ℵ2 சோதனையைக் கணக்கிடுவதற்கு கீழ்கண்ட படிநிலைகளை பின்பற்றவேண்டும்.

1.இல்லாநிலை கோட்பாடு முன்வைக்கப்படுகிறது.

2.பதிவிட்ப்பட்ட மற்றும் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு இடையேயான வேநுபாடு கணக்கிடபட வேண்டும;.(O-E)

3.விலக்கங்களை வர்க்கமூலமாக வேண்டும். $(O\text{-}E)^2$

4.ஒவ்வொரு $(O\text{-}E)^2$ மதிப்பு அதன் எதிர்பார்க்கப்பட்ட நிகழ்வெண்ணால் வகுக்க வேண்டும். $(O\text{-}E)^2/E$

5.பெறப்பட்ட அனைத்து மதிப்புகளையும் கூட்ட வேண்டும்.$\sum((O\text{-}E)^2/E)$

6.தர்சார்பு படிநிலை காண வேண்டும்(df)

7.தர்சார்பு படிநிலை க்கு 5% மட்டத்தில் அட்டவணை மதிப்பு கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

8.கருதுகோள் எழுதப்பட வேண்டும்.

## Problem

ஹெட்டிரோசைகஸ் வகையான ஒரு கறுப்பு எலியை இன்னொரு ஹெட்டிரோசைகஸ் வகையான கறுப்பு எலியுடன் செய்த பெர்ழுது F2 சந்ததியிரல் 43 கறுப்பு, 15 க்ரீம், 22 அல்பினோ நிறங்கொண்ட மகவுகள் தேபன்றின. கைவர்க்கத்தை பயன்படுத்த 9:3:4 விகிதங் கொண்ட மரபியல் கோட்பாடு 5% மட்டத்தில் ஒத்துள்ளதா இல்லையா என ஆய்வு செய்க.

தீர்வு:

1.இல்லநிலை கோட்பாடு : 9:3:4

2.முக்கியத்துவம் மட்டம் : 5%

3.எதிர்பார்ப்பு நிகழ்வெண் காண வேண்டும். : E

E = தனி விகிதம்/மொத்த விகிதம்x மொத்த மகவுகளின் எண்ணிக்கை

கறுப்பு எலி = 9/16x80 = 45

க்ரீம் எலி= 3/16x80 = 15

அல்பினோ எலி= 4/16x80 = 20

| மாறிகள் | o | E | O-E | $O-E^2$ | $(O-E^2)/E$ |
|---|---|---|---|---|---|
| கறுப்பு | 43 | 45 | -2 | 4 | 0.08 |
| க்ரீம் | 15 | 15 | 0 | 0 | 0 |
| அல்மனோ | 22 | 20 | 2 | 4 | 0.20 |
| | | | | | $\sum(O-E^2)/E = 0.28$ |

கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு =0.28

தர்சார்பு படிநிலை = n-1 =3-1=2

df-2 க்கு முக்கியத்துவம் மட்டம் அளவு 5% ல் அட்டவணை

$x^2$ மதிப்பு = 5.96

**கருதுகோள்**

கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு (0.28) அட்டவணை மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது. எனவே இக்கோட்பாடு ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது. பதிவிடப்பட்ட மதிப்புக்கும் எதிர்பார்ப்பு மதிப்புக்கும் இடையே வேறுபாடு முக்கியத்துவம் அற்றது. பதிவிடப்பட்ட மதிப்பு மரபியல் விகிதம் 9:3:4 உடன் ஒத்து இருக்கிறது.

## Problem: 2

இரண்டு செடிகளை கலப்பினம் செய்தபோது f2 சந்ததியில் 110 செடிகள் நெட்டையாகவும் ,90 செடிகள் குட்டையாகவும் தோன்றின.கைவர்க்க சோதனை மூலம் மெண்டலின் ஒரு பண்பு கலப்பு விகிதத்திலிரந்து 3:1 இந்த மதிப்புகள் விலகிசெல்கின்றனவா ஒத்து செல்கின்றனவா என அறிக.

**தீர்வு**

இல்லாநிலை கோட்பாடு :3:1 விகிதம்

முக்கியத்துவம் மட்டம் : 5%

தீர்மானிக்கும் எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு E காண வேண்டும்.

E = தனி விகிதம்/மொத்த விகிதம்x மொத்த மகவுகளின் எண்ணிக்கை

நெட்டை =3/4x200= 150

குட்டை=1/4x200 = 50

| மாறிகள் | o | E | O-E | $O-E^2$ | $(O-E^2)/E$ |
|---|---|---|---|---|---|
| நெட்டை | 110 | 150 | 40 | 1600 | 10.6 |
| குட்டை | 90 | 50 | 40 | 1600 | 32.0 |
| | | | | | |
| | | | | | $\sum(O-E^2)/E$ = 42.6 |

கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு = 42.6

தர்சார்பு படிநிலை = n-1 =2-1=1

df-2 க்கு முக்கியத்துவம் மட்டம் அளவு 5% ல் அட்டவணை

$x^2$ மதிப்பு = 3.84

**கருதுகோள்**

கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு (42.6) அட்டவணை மதிப்பை விட அதிகமாக உள்ளதால் இக்கோட்பாடு நிராகரிக்கப்படுகிறது.. பதிவிடப்பட்ட அவைவெண்ணுக்கும் எதிர்பார்ப்பு அவைவெண்ணுக்கும் இடையே வேறுபாடு முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. பதிவிடப்பட்ட அவைவெண் மெண்டலின் ஒரு பண்பு கலப்பு விகிதம் 3:1 விலகிச் செல்கின்றன.